



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Desarrollo de una Herramienta de Modelación Matemática Acoplada con Técnicas de Vídeo para el Estudio de Flujos Transitorios en Tuberías en U y Flujos Potenciales en una celda Hele Shaw**

**Edwin Alfonso Martínez Padilla, I.C.**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Escuela de Geociencias y Medio Ambiente  
Medellín, Colombia  
2013



# **Desarrollo de una Herramienta de Modelación Matemática Acoplada con Técnicas de Video para el Estudio de Flujos Transitorios en Tuberías en U y Flujos Potenciales en una celda Hele Shaw**

**Edwin Alfonso Martínez Padilla, I.C.**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería de Recursos Hidráulicos**

Director:

Ph.D. Francisco Mauricio Toro Botero

Codirector:

Ph.D. Andrés Osorio Arias

Línea de Investigación:

Mecánica de Fluidos

Grupo de Investigación:

Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulico - PARH

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente

Medellín, Colombia

2013



A mis padres, quienes con su  
esfuerzo y dedicación se  
preocuparon por brindarme la mejor  
formación.



## Agradecimientos

En primer lugar agradezco a Dios por brindarme la oportunidad de tener tan enriquecedora experiencia y seguir superándome.

A mi director Mauricio Toro, quien siempre confió en mi trabajo y con su acompañamiento en este largo camino me ayudó a ir trazando el rumbo para alcanzar los objetivos propuestos.

Al profesor Andrés Osorio quien me asesoró y fue de mucho apoyo en los temas de procesamiento de imágenes.

A mis padres y hermanos, siempre me han apoyado, disculpen la ausencia en muchos momentos alegres y difíciles.

A Natalia Moreno, quien siempre ha estado a mi lado creyendo en mí y brindándome su apoyo incondicional en todos los proyectos emprendidos, quien también ha servido de mucho ánimo en los momentos difíciles de mi vida.

Al maestro y amigo Alfonso Arrieta, por sus consejos y apoyo en el campo personal, académico y profesional, quien siempre ha creído en mí y me ha impulsado a emprender grandes retos.

A mi amigo Hugo Escorcía, quien me ayudó a resolver muchos problemas de la tesis y me animó siempre a seguir adelante.

A los compañeros del equipo HORUS: Sebastián Múnera, Cristian Ortiz y Juan Camilo Pérez, por su ayuda en la programación.

A los profesores de la maestría, especialmente, Ramiro Marbello y Lilian Posada por sus enseñanzas y los ratos de esparcimiento y diversión compartidos.

A todos los compañeros de la maestría, especialmente, Claudia Múnera, Oscar Alvarez, Eliana Gonzales, Sebastián Villa, Yamith Quintana, Gabriel Betancur, Jaime Carmona, Alejandro Cáceres (Chelito), Alejandro H. A todos ellos por hacer de mi estancia en el posgrado algo agradable, lleno de buenos momentos y recuerdos.

A la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, por el apoyo económico brindado para la realización de este proyecto.





## Resumen

En esta tesis se ha desarrollado un software para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje del movimiento oscilatorio amortiguado y forzado en tubos en U, y algunos casos de flujo potencial. El software desarrollado utiliza técnicas de procesamiento de imágenes para procesar los datos experimentales, lo que permite analizar las imágenes obtenidas en laboratorio, y comparar estos resultados con las soluciones teóricas. El error asociado a la técnica de video fue evaluado separando el error sistemático (*RMSEs*) del error no sistemático (*RMSEu*). Los máximos *RMSEs* obtenidos en las pruebas realizadas fueron: 2.2 mm para oscilaciones amortiguadas, 1.27 mm para flujo rectilíneo uniforme y 2.37 mm para flujo alrededor de un cilindro. Estos resultados ratifican el potencial uso de técnicas de video en ambientes de laboratorio para el estudio de las oscilaciones amortiguadas en tuberías en U y de flujos potenciales en la celda Hele Shaw.

**Palabras clave:** Oscilaciones Amortiguadas, Flujos Potenciales, Tuberías en U, Celda Hele Shaw, Software, técnica experimental, procesamiento digital de imágenes.

## Abstract

In this thesis a software was developed to facilitate the teaching-learning process for a damped and forced oscillatory movement of a liquid in U-tubes and some cases of potential flow. The software developed uses image processing techniques to process experimental data, allowing the user to analyze the images obtained in the laboratory and to compare these results with theoretical solutions. The error associated with the video technique was evaluated by separating systematic errors (*RMSEs*) from unsystematic errors (*RMSEu*). The maximum *RMSEs* obtained in the tests were: 2.2 mm for damped oscillations, 1.27 mm for uniform linear flow, 2.37 mm for flow around a cylinder. The obtained values of *RMSEs* confirm the potential of using video techniques in laboratory settings to study the damped oscillations in the U-tube and flows in the cell potential Hele Shaw.

**Keywords:** Damped Oscillations, Potential Flows, U-Tube, Hele Shaw Cell, Software, Experimental Techniques, Digital Image Processing.



# Contenido

<b>1. Introducción.....</b>	<b>19</b>
1.1 Planteamiento del problema y justificación .....	20
1.2 Objetivos .....	22
1.2.1 Objetivo general .....	22
1.2.2 Objetivos específicos .....	22
<b>2. Marco teórico.....</b>	<b>23</b>
2.1 Antecedentes .....	23
2.2 Dinámica de oscilación de un fluido en tuberías en U ....	30
2.3 Flujos potenciales .....	37
2.3.1 Potencial de velocidad .....	37
2.3.2 Función de corriente .....	37
2.3.3 Aplicaciones de la función potencial y de corriente ..	38
2.4 Sistemas de video .....	39
2.4.1 Dispositivos de captura de imágenes digitales .....	39
2.4.1.1 Imágenes RGB.....	41
2.4.2 Resolución espacial y temporal.....	42
2.4.3 Toma de datos .....	42
2.4.4 Calibración de la cámara .....	43
2.4.5 Procesamiento .....	46
2.4.5.1 Solución del modelo de calibración de la cámara....	46
2.4.5.2 Selección y filtrado de la imagen.....	47
2.4.6 Post-Procesamiento .....	47
2.4.6.1 Detección de bordes.....	48
2.4.6.2 Detección de objetos.....	50
<b>3. <i>Software</i> desarrollado.....</b>	<b>55</b>
3.1 Módulo flujos transitorios en tuberías en U .....	55
3.1.1 Módulo pre-procesador .....	55
3.1.2 Módulo procesador .....	58
3.1.3 Módulo pos-procesador .....	60
3.2 Módulo flujos potenciales .....	79
3.2.1 Módulo pre-procesador .....	79
3.2.2 Módulo procesador .....	81
3.2.3 Módulo pos-procesador .....	81
<b>4. <i>Componente experimental</i>.....</b>	<b>90</b>
4.1 Componentes del sistema de toma de datos .....	90
4.2 Flujos transitorios en tuberías en U .....	91
4.2.1 Montaje experimental .....	91
4.2.2 Metodología para la captura y procesamiento de la	
información.....	93
4.2.3 Casos de aplicación .....	99
4.2.4 Análisis de errores .....	100
4.2.4.1 Error del período de oscilación natural.....	100
4.2.4.2 Análisis de estadísticos.....	104
4.3 Flujos potenciales .....	118
4.3.1 Montaje experimental .....	118

4.3.2	Metodología para la captura y procesamiento de la información .....	120
4.3.3	Casos de aplicación .....	130
4.3.4	Análisis de errores .....	131
4.3.4.1	Análisis de estadísticos del flujo rectilíneo uniforme	132
4.3.4.2	Análisis de estadísticos del flujo alrededor de un cilindro	136
4.3.4.3	Análisis de estadísticos del flujo tipo Half Body	143
<b>5.</b>	<b>Conclusiones .....</b>	<b>154</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>158</b>

## Lista de figuras

	Pág.
<b>Figura 2-1:</b> Ilustración esquemática de la distribución radial asumida para la velocidad vertical. Figura tomada de Ogawa et al (2007). ....	32
<b>Figura 2-2:</b> Espectro electromagnético. Figura tomada de pajares G. y de la Cruz, J. (2008)...	40
<b>Figura 2-3:</b> Digitalización de una señal analógica. Figura tomada de pajares G. y de la Cruz, J. (2008). ....	40
<b>Figura 2-4:</b> Cubo de color RGB. ....	42
<b>Figura 2-5:</b> Diagrama correspondiente a la proyección de la cámara bajo el principio de colinealidad. Figura tomada de Osorio, et al. (2008). ....	44
<b>Figura 2-6:</b> Esquema de la distorsión radial producida por un lente. Figura tomada y modificada de Erikson, et al. (2005). ....	45
<b>Figura 2-7:</b> Imagen “stack” con puntos de control. ....	46
<b>Figura 2-8:</b> Criterio de la primera derivada, aplicado a la intensidad de pixeles en una imagen. Figura tomada de Cáceres, et al. (2012). ....	49
<b>Figura 2-9:</b> (a) imagen original y (b) imagen resultado de la aplicación de la operación morfológica considerando la rejilla de 3x3. Figura tomada de Osorio (2010). ....	52
<b>Figura 2-10:</b> Imagen binaria conteniendo un objeto. Figura tomada de Osorio (2010). ....	52
<b>Figura 2-11:</b> (a) Conectividad conexión-8 y (b) conexión-4. Figura tomada de Osorio (2010). ....	53
<b>Figura 3-1:</b> Ventana pre-procesador para flujos transitorios en tuberías en U. ....	56
<b>Figura 3-2:</b> Ventana pre-procesador para análisis experimental de flujos transitorios en tuberías en U. ....	57
<b>Figura 3-3:</b> Diagrama de flujo que muestra los componentes básicos de la rutina de flujos transitorios en tuberías en U. ....	59
<b>Figura 3-4:</b> Ventana pos-procesador para flujos transitorios en tuberías en U. ....	62
<b>Figura 3-5:</b> Resultados de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de las variables adimensionales en el tiempo. ....	63
<b>Figura 3-6:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $Z/Z^*_{máx}$ en el tiempo. ....	64
<b>Figura 3-7:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $V/V^*_{máx}$ en el tiempo. ....	65
<b>Figura 3-8:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $a/a^*_{máx}$ en el tiempo. ....	66
<b>Figura 3-9:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $E_c/E^*_t$ en el tiempo. ....	67

<b>Figura 3-10:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $E_p/E_t^*$ en el tiempo .....	68
<b>Figura 3-11:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $E_t/E_t^*$ en el tiempo.....	69
<b>Figura 3-12:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $R_e$ en el tiempo .....	70
<b>Figura 3-13:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $f$ en el tiempo .....	71
<b>Figura 3-14:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de $R_e$ y $f$ en el tiempo.....	72
<b>Figura 3-15:</b> Ventana pos-procesador para análisis experimental de flujos transitorios en tuberías en U. ....	74
<b>Figura 3-16:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de $Z$ en el tiempo.....	75
<b>Figura 3-17:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de $V$ en el tiempo.....	76
<b>Figura 3-18:</b> Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de $a$ en el tiempo .....	77
<b>Figura 3-19:</b> Espectro de frecuencias de los datos de posición del menisco obtenidos experimentalmente.....	78
<b>Figura 3-20:</b> Ventana pre-procesador para flujos potenciales.....	80
<b>Figura 3-21:</b> Ventana pos-procesador para flujos potenciales.....	83
<b>Figura 3-22:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente.....	84
<b>Figura 3-23:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas equipotenciales.....	85
<b>Figura 3-24:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente y equipotenciales.....	86
<b>Figura 3-25:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente, líneas equipotenciales y campo de velocidades.....	87
<b>Figura 3-26:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: perfil de la componente de la velocidad en $x$ ( $V_x$ ), a lo largo de las líneas de corriente que están por encima del eje $x$ .....	88
<b>Figura 3-27:</b> Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: perfil del coeficiente de presión a lo largo de las líneas de corriente que están por encima del eje $x$ .....	89
<b>Figura 4-1:</b> Cámara Stingray F-080B/C y lente PENTAX.....	90
<b>Figura 4-2:</b> Esquema del montaje general experimental. Vista frontal (izquierda) y vista perfil (derecha).....	92
<b>Figura 4-3:</b> Fotografía del montaje experimental en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas. ....	92
<b>Figura 4-4:</b> Localización de puntos de control. ....	93
<b>Figura 4-5:</b> Cuadro de un video grabado.....	94

<b>Figura 4-6:</b> Diferentes "frame" en que se descompone el video. ....	95
<b>Figura 4-7:</b> Imagen con la columna seleccionada de todos los cuadros del video. ....	95
<b>Figura 4-8:</b> Banda roja (izquierda), verde (centro) y azul (derecha) de la imagen a color.....	96
<b>Figura 4-9:</b> Histograma de la imagen a binarizar.....	97
<b>Figura 4-10:</b> Imagen binaria de la banda roja.....	98
<b>Figura 4-11:</b> Espectro de frecuencias de la oscilación del menisco (Experimento N° 8). ....	102
<b>Figura 4-12:</b> RMSEu vs Reynolds. ....	107
<b>Figura 4-13:</b> RMSEs vs Reynolds.....	108
<b>Figura 4-14:</b> RMSEs vs Reynolds ( $R_{\text{máx}} > 16000$ ). ....	109
<b>Figura 4-15:</b> Posición del menisco experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).....	112
<b>Figura 4-16:</b> Posición del menisco experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).....	113
<b>Figura 4-17:</b> Velocidad de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).....	114
<b>Figura 4-18:</b> Velocidad de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).....	115
<b>Figura 4-19:</b> Aceleración de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).....	116
<b>Figura 4-20:</b> Aceleración de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).....	117
<b>Figura 4-21:</b> Esquema del montaje experimental de la celda Hele Shaw.....	119
<b>Figura 4-22:</b> Fotografía del montaje experimental de la celda Hele Shaw en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas. ....	119
<b>Figura 4-23:</b> Localización de puntos de control en la celda Hele Shaw.....	120
<b>Figura 4-24:</b> Imagen "stack" del flujo alrededor de un cilindro.....	121
<b>Figura 4-25:</b> Imagen "stack" recortada para el procesamiento de la información.....	122
<b>Figura 4-26:</b> Aumento de la nitidez mediante la aplicación de la segunda derivada.....	123
<b>Figura 4-27:</b> Imagen sin filtro para mejorar la nitidez (a), imagen con filtro para mejorar la nitidez (b). ....	124
<b>Figura 4-28:</b> Banda roja imagen sin nitidez mejorada (a-izquierda) y con nitidez mejorada (a-derecha), banda verde sin nitidez mejorada (b-izquierda) y con nitidez mejorada (b-derecha), banda azul sin nitidez mejorada (c-izquierda) y con nitidez mejorada (c-derecha). ....	125
<b>Figura 4-29:</b> Banda roja imagen con nitidez mejorada (a), banda verde imagen con nitidez mejorada (b), banda azul imagen con nitidez mejorada (c). ....	126
<b>Figura 4-30:</b> Área de la imagen para obtener el pixel umbral.....	127
<b>Figura 4-31:</b> Histograma del área de la imagen a binarizar.....	127
<b>Figura 4-32:</b> Imagen filtrada con base en el pixel umbral.....	128
<b>Figura 4-33:</b> Imagen resultado de aplicar diferentes filtros (flujo de izquierda a derecha)...	129
<b>Figura 4-34:</b> Imagen "stack" del flujo rectilíneo uniforme (sentido del flujo de izquierda a derecha).....	133

<b>Figura 4-35:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental vs simulaciones, (c) Imagen “stack” del ensayo del flujo uniforme rectilíneo. ....	135
<b>Figura 4-36:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen “stack” del ensayo N° 4 del flujo alrededor de un cilindro. ....	140
<b>Figura 4-37:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen “stack” del ensayo N° 9 del flujo alrededor de un cilindro. ....	142
<b>Figura 4-38:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen “stack” del ensayo N° 1 del flujo tipo Half Body.....	146
<b>Figura 4-39:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen “stack” del ensayo N° 2 del flujo tipo Half Body.....	148
<b>Figura 4-40:</b> (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen “stack” del ensayo N° 3 del flujo tipo Half Body.....	150



## Lista de tablas

	Pág.
<b>Tabla 2-1:</b> Ecuaciones diferenciales del movimiento oscilatorio de un fluido en una tubería en U.	33
<b>Tabla 2-2:</b> Soluciones para resistencia nula.....	34
<b>Tabla 2-3:</b> Soluciones para resistencia laminar con forzador constante.....	35
<b>Tabla 2-4:</b> Soluciones para resistencia laminar con forzador armónico.....	36
<b>Tabla 2-5:</b> Algunas aplicaciones de la función potencial y de corriente.....	38
<b>Tabla 4-1:</b> Características técnicas cámara Stingray -080B/C.....	90
<b>Tabla 4-2:</b> Características técnicas de la lente PENTAX.....	91
<b>Tabla 4-3:</b> Configuraciones realizadas en laboratorio.....	100
<b>Tabla 4-4:</b> Error entre el período de oscilación natural teórico (Ogawa et al.) y experimental.	103
<b>Tabla 4-5:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño de los modelos de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U (ensayo N° 14).....	111
<b>Tabla 4-6:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño de los modelos de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U (ensayo N° 27).....	111
<b>Tabla 4-7:</b> Configuraciones realizadas en laboratorio para el flujo alrededor de un cilindro. .....	131
<b>Tabla 4-8:</b> Configuraciones realizadas en laboratorio para el flujo tipo Half Body.....	131
<b>Tabla 4-9:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo rectilíneo uniforme.....	134
<b>Tabla 4-10:</b> RMSE <sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de.....	136
<b>Tabla 4-11:</b> RMSE <sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de.....	137
<b>Tabla 4-12:</b> RMSE <sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de 4.9 cm.....	137
<b>Tabla 4-13:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para la circulación alrededor de un cilindro (ensayo N° 4) .....	139
<b>Tabla 4-14:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para la circulación alrededor de un cilindro (ensayo N° 9) .....	141
<b>Tabla 4-15:</b> RMSE <sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo tipo Half Body. ....	143
<b>Tabla 4-16:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 1) .....	145

<b>Tabla 4-17:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 2).....	147
<b>Tabla 4-18:</b> Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 3).....	149
<b>Tabla 4-19:</b> Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo “Half Body” (ensayo N° 1) .....	152
<b>Tabla 4-20:</b> Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo “Half Body” (ensayo N° 2) .....	152
<b>Tabla 4-21:</b> Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo “Half Body” (ensayo N° 3) .....	153

# 1. Introducción

Desde hace algunos años la facultad de Minas, conjuntamente con el Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, vienen desarrollando herramientas computacionales para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en cursos de ecuaciones diferenciales, física, hidráulica y mecánica de fluidos.

Una de las principales dificultades que se presentan en la enseñanza de los cursos de Ingeniería es establecer el nexo mental entre un fenómeno o aplicación y los conceptos físico-matemáticos que lo describen (Masen, Kuroiwa, & Rivas, 2008). De ahí, la vital importancia que representa en la enseñanza de las ingenierías y las ciencias básicas que el estudiante tenga la oportunidad de complementar y validar las formulaciones teóricas aprendidas que intentan describir el comportamiento físico de un fenómeno natural. Una forma de complementar este aprendizaje es mediante la implementación del uso de software educativo y prácticas de laboratorios.

La acelerada evolución de los equipos de cómputo y las tecnologías de información, junto a las ventajas de los procesos interactivos de enseñanza-aprendizaje (en el sentido de la contribución del incremento de la eficacia en la transmisión y adquisición del conocimiento), los cuales son aspectos ampliamente reconocidos y documentados en la literatura de psicología educativa y cognoscitiva, han incrementado la potencial aplicación de estas tecnologías en las áreas de la ingeniería (Machuca & Urresta, 2008). Aprovechando estas ventajas, en este trabajo de investigación se desarrolla una herramienta de modelación matemática acoplada con técnicas de vídeo para el estudio de las oscilaciones forzadas en tuberías en U y flujos potenciales en una celda Hele Shaw. En este sentido la herramienta desarrollada no sólo sirve para la simulación de casos teóricos, sino para la evaluación de casos experimentales, en los cuales se utiliza como técnica de adquisición de datos, unas cámaras de video y como técnica de análisis de la información el procesamiento de las imágenes digitales.

La herramienta computacional y la metodología del uso de técnica de video en el laboratorio que en este estudio se propone, permite, en el caso de los flujos potenciales en la celda Hele Shaw, mejorar la resolución espacial para el análisis de los

patrones de flujo y, en cuanto a las oscilaciones amortiguadas en una tubería en U, se mejora la resolución espacio-temporal para el análisis de la posición del menisco. Además, el software desarrollado permite la simulación de muchos casos que son difíciles de implementar en el laboratorio. También permite que el usuario se concentre más en la interpretación física de los resultados, al tener mayor tiempo para su análisis, debido a que el uso del software ahorra tiempo computacional en los cálculos y se pueden realizar diferentes simulaciones variando los parámetros que intervengan en el proceso en estudio.

## 1.1 Planteamiento del problema y justificación

Los cursos de Hidráulica y de Mecánica de Fluidos son estudiados en la carrera universitaria de Ingeniería Civil, así como en muchas otras ingenierías. Las ingenierías se caracterizan por tener una componente empírica, la cual requiere del trabajo en laboratorios para apoyar la formación teórica que se adquiere en las aulas y para la completa formación del especialista en posgrados, maestrías y doctorados (León M., 2004). La importancia de la realización de laboratorios en la formación de las ciencias e ingenierías, por muchos años ha sido muy bien documentada por diferentes autores (Abdulwahed & Nagy, 2011; Chu & Lu, 2008; Corter, Nickerson, Esche, & Chassapis, 2004; Dechsri, Jones, & Heikkinen, 1997; Feisel & Rosa, 2005; Hofstein & Lunetta, 2004; Jara, Candelas, Puente, & Torres, 2011; Johnstone & Al-Shuaili, 2001; Ma & Nickerson, 2006; Tan, Lee, & Leu, 2000). En muchos casos, las discusiones en los salones de clase resultan ser abstractas porque no se logra en los estudiantes la sensibilidad hacia los diferentes fenómenos hidráulicos, debido, principalmente, a que la enseñanza de los mismos se limita al planteamiento rápido de las ecuaciones fundamentales, sin profundizar en la comprensión del fenómeno físico planteado (Carmona & de los Santos, 2002).

En el caso de la ingeniería, los dispositivos experimentales permiten comprender los fenómenos físicos a resolver durante el ejercicio de la profesión (Carmona & de los Santos, 2002), y a la adquisición de una visión global de la aplicación de los conocimientos básicos y específicos en la solución de un problema de ingeniería (Machuca & Urresta, 2008). El atravesar por una experiencia de laboratorio deja una marca imborrable en todo aquel que la viva, define un punto de inflexión, un antes y un después, en la línea temporal del proceso de aprendizaje del estudiante (Kalees, 2004).

En la actualidad el laboratorio de Hidráulica y Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, cuenta con muy pocos experimentos que

sirven de soporte académico a los cursos, con el agravante de que las técnicas de medición que se utilizan están desactualizadas, incluyendo las técnicas de procesamiento de la información recolectada en los experimentos. Debido a que las experiencias de laboratorio constituyen un elemento de fundamental importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Hidráulica y la Mecánica de Fluidos (Kaleš, 2004), en este proyecto de investigación se propone el desarrollo de una herramienta de modelación matemática, y el diseño, montaje e implementación de unos ensayos de laboratorio (oscilaciones forzadas y flujos potenciales) usando sistemas de video como técnica de medición de las variables hidrodinámicas.

El uso de los sistemas de video en los ensayos de laboratorio ofrece ventajas de tipo técnico-económico y pedagógico. Desde el punto de vista técnico-económico se implementa un método de captura de información de bajo costo y que utiliza tecnología de punta, con la cual se puede obtener una muy buena resolución espacio-temporal en la captura de los datos (Mery, 2004). De otro lado, los recursos que se obtengan y/o generen en este proyecto de investigación (cámaras de video, software de procesamiento de imágenes, técnica de medida) pueden, en segunda instancia, ser aplicados a otros ensayos (canales de hidráulica, canal de oleaje, modelos hidráulicos a escala, etc.) optimizando de esta forma los recursos. Desde el punto de vista pedagógico, la metodología propuesta de captura y procesamiento de información es innovadora, no sólo por la metodología de captura de imágenes digitales sino por la potencialidad del análisis que se puede realizar de las imágenes al obtener una mejor resolución espacial y temporal de los experimentos.

Hoy en día cuando la utilización de la informática y sus múltiples aplicaciones en las ingenierías han permitido la solución de innumerables problemas prácticos debido a que se pueden obtener soluciones de manera rápida (Gómez, Ramírez, & León, 2002), se puede diseñar una herramienta computacional acoplada con técnicas de procesamiento de imágenes, que no solo permita la simulación de casos teóricos, sino la confrontación de estos resultados con resultados experimentales. Además, el potencial uso de la herramienta de modelación matemática permite la simulación de muchos casos que no pueden ser implementados en laboratorios (Abdulwahed & Nagy, 2011). Otras de las ventajas en el uso de las herramientas computacionales en el proceso de enseñanza-aprendizaje es el aumento del tiempo del análisis de resultados (Machuca & Urresta, 2008), permitiendo al usuario concentrarse en la interpretación de los resultados y la implicación que cada una de las variables en estudio tiene en los procesos físicos, lo cual es de vital importancia para los estudiantes de ciencias aplicadas como lo son las ingenierías.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo general

Diseñar dos experimentos para el laboratorio de Mecánica de Fluidos que utilicen como método de medición la captura de imágenes digitales y su procesamiento, y como método de análisis de la información recolectada el uso de un software específico para cada experimento, permitiendo al estudiante el uso de estas herramientas para obtener un entendimiento profundo del fenómeno estudiado.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Diseñar una herramienta de modelación matemática que permita dar solución analítica o numérica a las ecuaciones que gobiernan la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U.
- Diseñar una herramienta de modelación matemática que permita dar solución analítica o numérica a las ecuaciones que gobiernan algunos casos de flujo potencial.
- Diseñar y realizar el montaje experimental para la práctica de oscilaciones amortiguadas de un fluido en una tubería en U utilizando sistemas de video.
- Diseñar y realizar el montaje experimental para la práctica de flujos potenciales en una celda Hele Shaw utilizando sistemas de video.
- Implementar técnicas de procesamiento de imágenes para la captura y extracción de información hidrodinámica en los ensayos de oscilaciones de un fluido en una tubería en U y flujos potenciales en la celda Hele Shaw.

## 2. Marco teórico

### 2.1 Antecedentes

En este apartado se presenta algunos antecedentes de trabajos realizados por algunos autores acerca del uso de software con fines educativos, el papel de las prácticas de laboratorio en las ingenierías, y la implementación de técnicas de video para la medición de variables hidrodinámicas.

Como antes lo mencionamos, los beneficios de las prácticas de laboratorio en las ingenierías ha sido muy bien documentados (Abdulwahed & Nagy, 2011; Carmona & de los Santos, 2002; Chu & Lu, 2008; Corter, Nickerson, Esche, & Chassapis, 2004; Feisel & Rosa, 2005; Hofstein & Lunetta, 2004; Jara, Candelas, Puente, & Torres, 2011; Kaless, 2004; Ma & Nickerson, 2006; Machuca & Urresta, 2008). Cuando hablamos de prácticas de laboratorio nos referimos tanto a la forma clásica de realizar estas prácticas (con la presencia física de la persona ante un equipo experimental) como a las prácticas en *laboratorios virtuales o simulados* y en *laboratorios Online o Remotos*, las cuales han aparecido gracias a los avances en las *Tecnologías de la Información y Comunicación* (TIC) durante las últimas tres décadas (Abdulwahed & Nagy, 2011). El término laboratorios virtuales se refieren a las simulaciones por computador y el término de laboratorio remoto se usa para referirse a un equipo físico controlado remotamente a través de internet o intranet (Abdulwahed & Nagy, 2011).

La literatura reporta tanto ventajas como desventajas en cada una de las formas en que se realizan las prácticas de laboratorio (físico, virtual o remoto). Una de las ventajas de la realización de laboratorios con presencia física es la adquisición de habilidades **háticas** y el conocimiento de la instrumentación, habilidades que serían imposibles o muy difíciles de obtener a través de laboratorios virtuales y remotos (Abdulwahed & Nagy, 2011; León M., 2004). Algunos estudios relacionan el orden significativamente mayor del aprendizaje o el comportamiento en entornos reales frente a entornos virtuales al factor realismo (Heise, 2006; de Kort, IJsselsteijn, Kooijman, & Schuurmans, 2003). Dentro de los estudios que reportan las desventajas de las prácticas en los laboratorios físicos están: Abdulwahed & Nagy (2011) citan a Gunstone (1991), quien considera que las prácticas

en los laboratorios físicos son unas plataformas pobres para la construcción del conocimiento, ya que los estudiantes tienen menos tiempo para interactuar y reflexionar mientras están ocupados con los aspectos técnicos y operativos del experimento durante la sección de práctica en el laboratorio. Kirschner & Meester(1988) plantean que la mala construcción del conocimiento durante una sesión de práctica de laboratorio se debe a la sobrecarga cognitiva, y a que los estudiantes se ven limitados por los cortos períodos de tiempo normalmente disponibles en el laboratorio. Además, estudios realizados reportan que existe un consenso general de que el trabajo de laboratorio genera pobres resultados de aprendizaje en comparación con el tiempo, esfuerzo y costos invertidos en el laboratorio (Hofstein & Lunetta, 2004; Johnstone & Al-Shuaili, 2001; Kirschner & Meester, 1988; Ma & Nickerson, 2006). León M.(2004) plantea que los laboratorios físicos o reales tienen el inconveniente de los altos costos, la limitada posibilidad de generar alternativas y variantes de un mismo experimento.

El uso de software con fines educativos data de hace muchos años. Abdulwahed & Nagy(2011) plantean que desde los primeros días de las computadoras los educadores han reconocido el potencial de las simulaciones por computador o los experimentos virtuales basados en PC, en la mejora del proceso educativo. En su estudio documentan algunas experiencias de las primeras simulaciones realizadas en un entorno educativo y reportan que las simulaciones por computador se convirtieron en una parte integral de la educación en la ingeniería y ciencias en la década de 1970. Dentro de las ventajas que son reportadas por el uso de las simulaciones por computador están: requieren de pocos recursos (en comparación con los laboratorios físicos y remotos), la actitud positiva del estudiante hacia el uso de simulaciones y el mayor impacto de la formación en la universidad sobre el empleo de los estudiantes después de la graduación (Gladwin, Margerison, & Walker, 1992). Eckhoff, et al. (2002) reportan que las simulaciones por computador pueden adaptarse a diferentes estilos de aprendizaje, los experimentos pueden ser repetidos, ofreciendo una oportunidad de aprendizaje iterativa, y los estudiantes pueden utilizar la herramienta de simulación fuera de las horas de clase para reflexionar y auto evaluarse en los temas estudiados.

Las simulaciones por computador proporcionan un ambiente seguro para que los estudiantes prueben hipótesis e investiguen los resultados de temas que a veces son difíciles o imposibles de hacer en arreglos experimentales en laboratorios (Hites, Sekerak, & Sanders, 1999; Mcateer, Neil, Barr, Broen, Draper, & Henderson, 1996). Los estudiantes pueden llevar a su ritmo las experimentaciones (Dobson, Hill, & Turner, 1995). Los cursos de aprendizaje a distancia se pueden beneficiar de los laboratorios virtuales (Blanchard, Moron-Garcia, & Bates, 2006; Eckhoff, C.,



Eller, Watkins, & Hall, 2002). Algunos artículos también manifiestan algunas desventajas relacionadas con el uso de las simulaciones por computador. Hites, et al. (1999) argumentan que, incluso el mejor software diseñado, no puede modelar completamente el experimento físico, reduciendo así el realismo de la validez del laboratorio virtual. Magin & Kanapathipillai (2000) afirman que el uso extensivo de las simulaciones puede dar lugar a que los estudiantes de ingeniería no sean capaces de reconocer situaciones en las que los modelos matemáticos podrían dar lugar a errores significativos y que requieren una validación empírica. Así como los laboratorios físicos dan habilidades prácticas, con los laboratorios virtuales hay una falta de habilidades operacionales y de equipos (Mcateer, Neil, Barr, Broen, Draper, & Henderson, 1996).

A pesar de las muchas ventajas de simulaciones por computador y laboratorios virtuales, hay un acuerdo general, tanto en la perspectiva de los estudiantes y de los maestros, en que las simulaciones no pueden ni deben sustituir siempre las experiencias en laboratorios donde se requiere la presencia física del estudiante (Engum, Jeffries, & Fisher, 2003; Ma & Nickerson, 2006; Magin & Kanapathipillai, 2000; Mcateer, Neil, Barr, Broen, Draper, & Henderson, 1996; Raineri, 2001; Ronen & Eliahu, 2000; Spicer & Stratford, 2001).

La literatura reporta tanto fortalezas como debilidades en cuanto a los diferentes metodologías de realizar las prácticas de laboratorio y parece que no hay un consenso sobre cual metodología es la mejor (Abdulwahed & Nagy, 2011). En lo que si están de acuerdo muchos autores es en utilizar un modelo híbrido. Hay estudios que reportan una eficaz mejora de los resultados de aprendizaje con la utilización en conjunto de un laboratorio físico con uno virtual (Abdulwahed & Nagy, 2011; Engum, Jeffries, & Fisher, 2003; Heise, 2006; Tzafestas, Palaiologou, & Alifragis, 2006; Raineri, 2001). Mcateer, et al. (1996) concluyen que después de dos años de combinaciones de simulaciones por computador con actividades prácticas de laboratorio, las simulaciones han concedido a los estudiantes una mejor oportunidad de comprensión conceptual. Sin embargo, aun hay una necesidad de las habilidades en los laboratorios físicos. Lindsay & Good (2005) llegan a la conclusión de que cada modo (físico, virtual o remoto) ofrece un resultado diferente de aprendizaje, y la adaptación de los modos de acceso híbrido podrían enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Se han realizado algunos ensayos con incorporación de dos modos juntos en los procesos pedagógicos (Engum, Jeffries, & Fisher, 2003; Raineri, 2001; Tzafestas, Palaiologou, & Alifragis, 2006), con resultados consistentes que indican las ventajas de las estructuras híbridas.

Algunos estudios recientes han concluido que los aspectos pedagógicos en un laboratorio son un campo de investigación fértil

para los próximos años (Feisel & Rosa, 2005; Hofstein & Lunetta, 2004), especialmente en el contexto de la utilización de nuevos avances en las tecnologías de información y comunicación (TIC) para mejorar la enseñanza en los laboratorios.

En cuanto a la metodología de medición, por otra parte, los sistemas de video y las técnicas de procesamiento digital de imágenes, desde hace muchos años se han venido aplicando en varios campos de trabajo, incluyendo el campo de los recursos hidráulicos, campo en el cual el objeto de su aplicación es la visualización y cuantificación de diferentes variables ambientales e hidrodinámicas, tanto en grandes como a pequeñas escales de trabajo.

En el caso de grandes escalas de trabajo, estas técnicas se han utilizado principalmente en las zonas costeras, en la cual se han desarrollado aplicaciones para la medición de corriente por medio de videos (Chickadel, Holman, & Freilich, 2003; Holland, Holman, & Lippmann, Practical Use of Video Imagery in Nearshore Oceanographic Field Studies, 1997; Stockdon & Holman, 2000), medición de parámetros del oleaje (Aarninkhof & Ruessink, Video observations of wave breaking and the implications for wave decay modelling, 2001; Osorio C., 2010; Stockdon & Holman, 2000), detección de la evolución de la línea de costa (Osorio A., 2005; Turner, T., Aarninkhof, & Mcgrath, 2001), detección de usuarios en la playa (Osorio A., 2005), medición de perfiles intermareales (Ortiz, 2008; Osorio A., 2005). La fiabilidad, precisión y versatilidad de los sistemas de video costeros han sido muy bien documentadas en la literatura científica (Aarninkhof, Caljouw, & Stive, Video-Based, quantitative assessment of intertidal beach variability, 2000; Aarninkhof, Ruessink, & Roelvink, Nearshore subtidal bathymetry from time exposure images, 2005; Alexander & Holman, 2004; Chickadel, Holman, & Freilich, 2003; Stockdon & Holman, 2000; Holland, Puleo, & Kooney, Quantification of swash flows using video-based particle image velocimetry, 2001).

La aplicación de técnicas de video para mediciones de parámetros hidrodinámicos en ríos y quebradas, en comparación con los ambientes costeros, se han quedado un poco a un lado (Osorio C., 2010). La primera medición de velocidades en ríos basadas en imágenes fue hecha en Japón a mediados de los 90s (Fujita & Komura, Application of video image analysis for measurements of river-surface flows (in Japanese), 1994; Aya, Fujita, & Yagyu, 1995; Fujita, Tsubaki, & Deguchi, PIV measurement of large-scale river surface flow during flood by using a high resolution video camera from a helicopter, 2007). Desde 1994, tres instituciones de investigación, "Kobe University", "The University of Iowa's IIHR-Hydroscience and Engineering (IIHR)", y "the Institute National Polytechnique Grenoble (INPG)", han estado activamente trabajando en el desarrollo de la técnica LSPIV (Large Scale Particle Image

Velocimetry) para su aplicación en ambientes ribereños (Osorio C., 2010). La técnica LSPIV ha sido utilizada en áreas de 100 a 5000m<sup>2</sup> para obtener campos de vectores de velocidad superficiales instantáneos, patrones de flujo y medida de los caudales en ríos (Fujita, Muste, & Kruger, Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications, 1998; Fujita & Aya, Refinement of LSPIV technique for monitoring river surface flows, 2000; Muste, Xiong, Bradley, & Kruger, 2000; Bradley, Kruger, Meselhe, & Muste, 2002; Creutin, Muste, Bradley, Kim, & Kruger, 2003; Muste, Xiong, Schone, & Li, 2004; Hauet A. , Creutin, Belleudy, Muste, & Krajewski, 2006). La capacidad y fiabilidad de las medidas realizadas con LSPIV han sido comparadas con otros instrumentos a través de investigaciones en laboratorio (Muste, Xiong, Bradley, & Kruger, 2000; Kim, Muste, Hauet, Bradley, Weber, & Koh, 2007; Hauet, Creutin, & Belleudy, Sensitivity study of large-scale particle image velocimetry measurement of river discharge using numerical simulation, 2008). Osorio (2010) aplica técnicas de Imágenes por varianza en ambientes de laboratorio y campo, y técnicas de segmentación por umbral en ambientes de laboratorio para calcular velocidad superficial de flujo y caudales.

Un importante avance de la Mecánica de Fluidos Experimental moderna es la invención y el desarrollo de técnicas para medir simultáneamente campos instantáneos vectoriales y escalares. Hacen parte de estas técnicas las siguientes: Tomographic Interferometry, planar laser-induced fluorescence for scalars, nuclear-magnetic-resonance imaging, laser-speckle velocimetry, particle-tracking velocimetry (PTV), molecular-tracking velocimetry, y particle-image velocimetry (PIV) para medir campos de velocidad (Adrian, 1991).

Dentro de algunas aplicaciones de estas técnicas que han sido implementadas a pequeñas escalas de trabajo, como es el caso de los laboratorios, se encuentran las siguientes: a) la PTV se ha utilizado para cálculo de velocidades de partículas de sedimento en suspensión (García, S., Funes, & Sahagún, 2004), b) la PIV permite la medición simultánea de campos de velocidad de fase sólida y líquida del flujo en canales con transporte de partículas (Guido, J., & Huelasz., 2005), c) estudio de campos de velocidades en resaltos hidráulicos (Lennon & Hill, 2006), d) el efecto de la turbulencia en la velocidad de caída de sedimentos en suspensión (Salinas, García, & C., 2008), e) patrones de velocidad instantánea y promedio, f) contorno de la vorticidad y de esfuerzo de Reynold, g) líneas de corriente alrededor de cuerpos cilíndricos de igual diámetro en aguas poco profundas (Akilli, Akar, & Karakus, 2004), y cuerpos rectangulares (Gurlek & Sahin, 2010), h) cálculo de la velocidad superficial en canales (Lee, Leu, Chan, & Huang, 2010).

Otras técnicas utilizadas para estudios de parámetros hidrodinámicos se basan en la aplicación de modelos matemáticos de segmentación de imágenes para la búsqueda de cambios en la intensidad de los píxeles y tratar las imágenes como superficies en formas de funciones discretas. Algunos de estos estudios son:

Khorchani & Blanpain (2004) estudian el comportamiento hidráulico de un vertedero lateral, para lo cual ubican dos cámaras de vídeo en una estructura de descarga ubicada en la desembocadura de una cuenca que drena un área superficial de 154 Km<sup>2</sup>. Para el procesamiento de las imágenes hacen un suavizado (aplicación de filtro de paso bajo), segmentación (aplican filtro Laplaciano) y binarización, esto con el objeto obtener la forma del perfil del flujo en el vertedero y transformar los datos de las imágenes en datos numéricos que sirvan para ser utilizados en la calibración y validación de modelos numéricos. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, se compararon con medidas realizadas con otras técnicas como el limnómetro.

Erikson & Hanson (2005) desarrollan un procedimiento para cuantificar datos hidrodinámicos de una ola y su efecto en el perfil de fondo en un canal en laboratorio utilizando imágenes de video, utilizando como dispositivo de captura de las imágenes dos cámaras con sensores CCD. El procesamiento de las imágenes, desde la rectificación de la misma, pasando por la extracción de datos hasta su análisis se realizó con la ayuda del software MATLAB, lo que permitió agilizar el proceso, aumentar la eficiencia y procesar grandes cantidades de datos. Los resultados obtenidos fueron comparados con datos medidos con sistemas convencionales. La comparación entre las medidas de las imágenes con un perfilador manual, muestran una diferencia media de 5 mm para el perfil del fondo y 3 mm para la duna. La altura de ola fue comparada con la medida de un medidor de *swash*, y se obtuvo una diferencia media de 4 mm. A pesar de que los resultados muestran estar en un rango de diferencia aceptable, no pudieron establecer el verdadero error debido a que no fue posible la sincronización exacta entre las cámaras y los sensores utilizados.

Shilton & Bailey (2006) utilizan técnicas de video para cuantificar la distribución de velocidades y los patrones flujo en un modelo a escala de una laguna de estabilización. Para realizar el seguimiento del flujo, utilizan pequeños tubos flotantes (diez tubos de ensayo con las puntas pintadas de negro y llenos con agua con el fin de hacerlos neutralmente flotante) que colocaron en estanque. Básicamente, el procesamiento de las imágenes consiste en calibración, detección de los tubos y seguimiento de los tubos. Como resultados de sus experimentos encontraron que no siempre el régimen de flujo es permanente, lo cual fue posible identificar gracias a la obtención de imágenes por varios días. Desde este punto de vista, la técnica que ellos proponen con el uso de

imágenes, en comparación con otras técnicas (tales como análisis de velocidad punto a punto), ofrece la ventaja del seguimiento continuo y observación de los patrones de flujo en el tiempo.

Mayor, et al. (2007) aplican la técnica de procesamiento de imágenes para estudiar el flujo bala de una mezcla gas-líquido en una tubería vertical. Su objetivo es poder hacer seguimiento a las burbujas de aire y poder caracterizarlas (dimensión, velocidad y distancia recorrida). En este estudio para no hacer tan pesado y más rápido el procesamiento de la información, trabajan con una pequeña área de la columna. Se capturan imágenes RGB a 25 fps, luego son convertidas a escala de gris, seguidamente extraen el fondo de la imagen (correspondiente a una foto instantánea de la columna de líquido estancado y sin flujo de gas) a la imagen de flujo continuo (con líquido y gas) para aumentar el contraste de la imagen, eliminando así cualquier información (o cambio de color) que no esté relacionada con la fase de gas. Luego con el fin de eliminar o atenuar el ruido de la imagen, se aplica un filtro medio. Seguido a este paso se crea una imagen binaria utilizando un píxel umbral, luego se hace un etiquetado del objeto de la imagen binarizada. Una vez etiquetado el objeto en la imagen, se hace un análisis para pre-definir la nariz de las burbujas, luego se aplica una operación morfológica a la imagen (erosión, que consiste en cambiar cada píxel de una imagen de acuerdo con los valores de los píxeles) y por último se hace la real definición de las burbujas (se definen los contornos). En este estudio se hace un análisis de la incertidumbre asociada con los parámetros medidos con la técnica de procesamiento de imágenes. Las incertidumbres relativas fueron del orden de 5%, 2.5% y 7% para la velocidad de la burbuja, la longitud de la burbuja y la longitud de la bala líquida respectivamente. Lo cual verifica que la técnica de análisis de imágenes es una herramienta importante para el estudio de las características flujo bala de una mezcla gas-líquido.

Kuo, et al. (2009) utilizan una técnica de imágenes *time-stack* para separar las ondas incidentes y reflejadas en un canal de oleaje, en el cual propagan ondas normalmente en un rompeolas sumergido con una batimetría 2-D arbitraria. Para captar una longitud aproximada de 9 m en el canal, utilizan tres cámaras de video ubicadas de tal forma que captan áreas comunes entre ellas. El procesamiento de las imágenes básicamente consistió en rectificación, fusión de imágenes y umbralización para binarizar y detectar la superficie libre de la onda. A partir de las imágenes *time-stack* obtuvieron el espectro de  $k-\sigma$  (numero de onda - frecuencia angular), el cual utilizaron para obtener las direcciones de las ondas incidentes y reflejadas. Y el método de la transformada inversa de Fourier fue utilizado para separar la variación espacial y la serie de tiempo de la onda incidente y reflejado.

Iglesias, et al. (2009) presentan un nuevo sistema de medición de ondas en canales de laboratorio, basado en el análisis de imágenes digitales mediante técnicas de visión por computador. El arreglo experimental consistió en un elemento cilíndrico flotante que simuló una barrera de contención de petróleo. Los resultados obtenidos fueron validados con datos registrados con métodos convencionales y al comparar ambos resultados se obtuvo una muy buena similitud.

Cáceres, et al. (2012) presenta una metodología para obtener la superficie libre en un canal de oleaje, método que se basa en la detección del borde, para lo cual aplica un operador matemático (SOBEL). Hacen parte del proceso de tratamiento de la imagen, la rectificación de la misma. Realizaron tres pruebas con períodos y altura de onda diferentes. Al comparar los resultados obtenidos con las imágenes con datos medidos con un sensor de presión tipo resistivo, obtuvieron un muy buen ajuste.

Los resultados de las investigaciones realizadas muestran que la aplicación de los sistemas de video como método para medir variables hidrodinámicas ha ofrecido buenos resultados tanto en ambientes externos como en condiciones de laboratorio.

## 2.2 Dinámica de oscilación de un fluido en tuberías en U

La deducción de las ecuaciones que gobiernan la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U son desarrolladas a partir de la ecuación de movimiento de Euler, la cual se deriva aplicando la ley de conservación de momentum a un volumen de control cilíndrico de fluido con eje a lo largo de una línea de corriente (Streeter & Whyllie, 1988).

El estudio de la oscilación de un fluido en una tubería en U puede ser abordado considerando la resistencia nula, laminar ó turbulenta. Dependiendo del tipo resistencia, así será la ecuación diferencial que representa la dinámica de oscilación del fluido. Adicionalmente, el fluido, puede estar o no sometido a un forzador externo, el cual, en este trabajo, se consideró constante o armónico. En la Tabla 2-1 se presentan estas ecuaciones para cada uno de los casos con las posibles soluciones de obtener (analítica y/o numérica).

En las Tablas 2-2 a la 2-4 se presentan las soluciones analíticas de las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica de oscilación de un fluido en los caso de resistencia nula y laminar. La solución de las ecuaciones está compuesta por la combinación lineal de la solución homogénea y la particular. Para la obtención de la solución homogénea se hace uso de la ecuación característica y la solución particular se obtiene aplicando el método de

variación de parámetros, coeficientes indeterminados ó Wronskiano (Kreyszig, 2007). Además, dependiendo de si la frecuencia del forzador es igual o no a la frecuencia natural de oscilación, así será la solución particular obtenida. En el caso de resistencia laminar, la solución homogénea dependerá de si el movimiento del fluido es sobreamortiguado, críticamente amortiguado ó subamortiguado (Kreyszig, 2007).

Cuando la resistencia es turbulenta, no se tiene solución analítica, excepto para ciertos puntos en el tiempo (puntos críticos, máximos o mínimos de  $z$ ) (Streeter & Whyllie, 1988) por lo que se requiere un método numérico para encontrar su solución, siendo el método Runge-Kutta de 4° orden el más utilizado (Chapra & Canale, 2003).

En todos los casos para la obtención de las constantes de integración de la solución homogénea se consideraron las siguientes condiciones iniciales:

$$t = 0 \begin{cases} Z = Z_0 \\ \frac{dz}{dt} = v_0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.1)$$

La velocidad y aceleración a la cual se desplaza la columna de fluido, se obtienen aplicando la primera y segunda derivada de  $Z$  con respecto al tiempo. Adicionalmente, se puede obtener la energía cinética y potencial asociada a la velocidad del fluido y a la posición del menisco en un instante  $t$ .

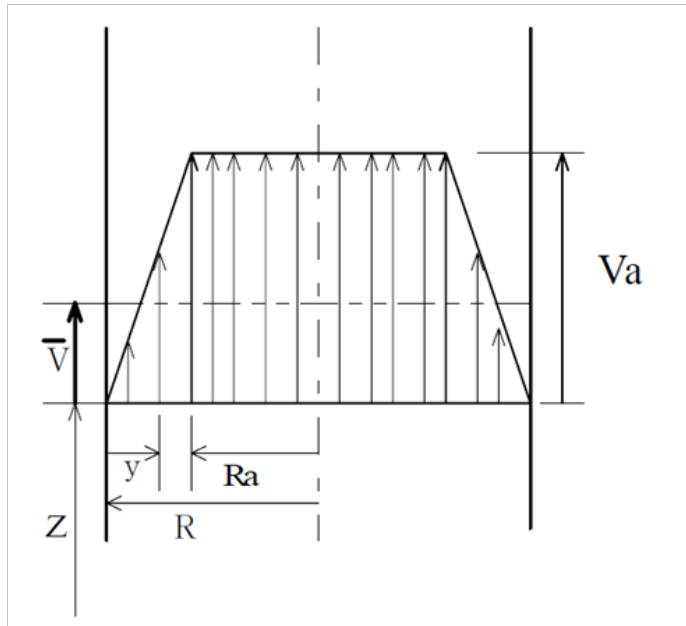
En la Tabla 2-1 también se presenta una variante de la ecuación diferencial que describe el movimiento amortiguado de un fluido Newtoniano. Según Ogawa, et al. (2007) no siempre la distribución de velocidad de una oscilación amortiguada en un tubo en U se comporta siguiendo la ley de *Hagen-Poiseville*. Por lo que ellos, proponen un modelo, que asume una distribución radial para la velocidad vertical similar al modelo de velocidad de un *Bingham Plastic*<sup>1</sup> (ver Figura 2-1). La ecuación diferencial tiene la misma estructura que la de un fluido Newtoniano, con excepción del factor de fricción. Para mayor detalle de la deducción de la ecuación ver Ogawa, et al. (2007). El modelo de distribución de la velocidad propuesto por Ogawa, et al. (2007), representa de forma aproximada el gradiente de velocidad como se indica a continuación:

$$\frac{dV}{dt} = K_v \frac{V}{R} \dots\dots\dots (2.2)$$

---

<sup>1</sup> Un *Binham Plastic* es un material visco-plástico que se comporta como un cuerpo rígido a tensión baja, pero que fluye como un fluido viscoso a alta tensión.

En la ecuación (2.2) el símbolo  $K_v$  es un factor de velocidad que depende del número de Reynolds  $R_{ei}$  (ver Tabla 2-1).



**Figura 2-1:** Ilustración esquemática de la distribución radial asumida para la velocidad vertical. Figura tomada de Ogawa et al (2007).



**Tabla 2-1:** Ecuaciones diferenciales del movimiento oscilatorio de un fluido en una tubería en U.

Tipo Fluido	Tipo Resistencia	Tipo Forzador	Ecuación diferencial que gobierna la dinámica del caso	Tipos de solución
Newtoniano	Nula	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	Analítica y Numérica
		Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1t$	
	Laminar	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	Analítica y Numérica
		Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1t$	
	Turbulenta	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \frac{f}{2D} \frac{dZ}{dt} \left  \frac{dZ}{dt} \right  + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	* Analítica solo para puntos críticos, máximos o mínimos de Z. * Numérica para obtener una solución continua.
		Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \frac{f}{2D} \frac{dZ}{dt} \left  \frac{dZ}{dt} \right  + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1t$	
Bingham Plastic	Laminar	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda^* \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	Analítica y Numérica
		Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda^* \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1t$	
<div><div><div>Parámetros:</div><div><math>\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{L}}</math> <math>\lambda = \frac{32\nu}{D^2}</math> <math>\lambda^* = \frac{2\nu K_v}{R^2}</math></div></div><div><math>R_{ei} = \frac{DZ_0}{\nu} \sqrt{\frac{2g}{L}}</math> <math>K_v = 25D \left( 1 + \frac{4.5 \times 10^{-9}}{D^4} \right) K'_v \dots (D: m)</math> <math>K'_v = \frac{R_{ei}}{8.75 + 0.0233R_{ei}} \dots (\text{para agua})</math> <math>K'_v = \frac{0.5R_{ei}}{8.75 + 0.0233R_{ei}} \dots (\text{para glicerina y solución de co – polimero})</math></div></div> <div><div><math>D</math>: Diámetro del tubo    <math>\Delta P</math>: Delta de presión <math>\rho</math>: Densidad del fluido    <math>\omega_1</math>: Frecuencia del forzador <math>L</math>: Longitud de la columna de fluido <math>\omega_0</math>: Frecuencia de oscilación natural <math>f</math>: Coef. de fricción Darcy – Weisback <math>\nu</math>: Coeficiente de viscosidad cinemática <math>Z</math>: Posición del menisco, respecto al eje de referencia</div></div>				

**Tabla 2-2:** Soluciones para resistencia nula.

Tipo Forzador		Posición del menisco	Parámetros
Constante		$Z = A \sin(\omega_0 t + \phi) - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$	$A = \sqrt{\left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2}$
			$\phi = \arctan \left[ \frac{\omega_0 \left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}\right)}{V_0} \right]$
Armónico con una función Senoidal	$\omega_0 \neq \omega_1$	$Z = A \sin(\omega_0 t + \phi) + \frac{\Delta P \sin(\omega_1 t)}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)}$	$A = \sqrt{Z_0^2 + \left[ \frac{\left(V_0 - \frac{\Delta P \omega_1}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)}\right)}{\omega_0} \right]^2}$
			$\phi = \arctan \left[ \frac{Z_0 \omega_0}{\left(V_0 - \frac{\Delta P \omega_1}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)}\right)} \right]$
	$\omega_0 = \omega_1$	$Z = A \sin(\omega_0 t + \phi) + \frac{\Delta P t \cos(\omega_0 t)}{2 \rho L \omega_0}$	$A = \sqrt{Z_0^2 + \left[ \frac{V_0}{\omega_0} - \frac{\Delta P}{2 \rho L \omega_0^2} \right]^2}$
			$\phi = \arctan \left[ \frac{Z_0}{\frac{V_0}{\omega_0} - \frac{\Delta P}{2 \rho L \omega_0^2}} \right]$

**Tabla 2-3:** Soluciones para resistencia laminar con forzador constante.

Tipo Forzador	Tipo Movimiento	Raíces de la ecuación característica	Posición del menisco
Constante	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = \frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}$	$Z = \left[ V_0 - Z_0 r_2 - \frac{\Delta P r_2}{\rho L \omega_0^2} \right] \frac{e^{-(\beta - \gamma)t}}{2\gamma} - \left[ V_0 - Z_0 r_1 - \frac{\Delta P r_1}{\rho L \omega_0^2} \right] \frac{e^{-(\beta + \gamma)t}}{2\gamma} - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
		$r_2 = \frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}$	
	Críticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = e^{r_1 t} \left[ V_0 t + (1 - r_1 t) \left( Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \right] - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
		$r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	
	Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2} + \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} i$	$Z = e^{-\beta t} A \operatorname{sen}(\gamma t + \phi) - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
		$r_2 = -\frac{\lambda}{2} - \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} i$	
<b>Parámetros:</b> $\beta = \frac{\lambda}{2}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}, \quad A = \sqrt{\left( Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right)^2 + \left[ \frac{V_0}{\gamma} + \left( Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \frac{\beta}{\gamma} \right]^2}, \quad \phi = \arctan \left[ \frac{Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}}{\frac{V_0}{\gamma} + \left( Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \frac{\beta}{\gamma}} \right]$			

**Tabla 2-4:** Soluciones para resistencia laminar con forzador armónico.

Tipo Forzador		Tipo Movimiento	Raíces de la ecuación	Posición del menisco
Armónico con una función Senoidal	$\omega_0 \neq \omega_1$	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = -\beta + \gamma$	$Z = \left[ \frac{Z_0 r_2 - V_0 + A(\omega_1 \cos \phi - r_2 \text{sen} \phi)}{r_2 - r_1} \right] e^{r_1 t} + \left[ \frac{V_0 - Z_0 r_1 - A(\omega_1 \cos \phi - r_1 \text{sen} \phi)}{r_2 - r_1} \right] e^{r_2 t} + A \text{sen}(\omega_1 t + \phi)$
			$r_2 = -\beta - \gamma$	
		Críticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = \left[ [V_0 - Z_0 r_1 + A(r_1 \text{sen} \phi - \omega_1 \cos \phi)] t + Z_0 - A \text{sen} \phi \right] e^{r_1 t} + A \text{sen}(\omega_1 t + \phi)$
			$r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	
		Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\beta + \gamma i$	$Z = \left[ (Z_0 - A \text{sen} \phi) \cos \gamma t + [V_0 + (Z_0 - A \text{sen} \phi) \beta - A \omega_1 \cos \phi] \frac{\text{sen} \gamma t}{\gamma} \right] e^{-\beta t} + A \text{sen}(\omega_1 t + \phi)$
			$r_2 = -\beta - \gamma i$	
	$\omega_0 = \omega_1$	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = -\beta + \gamma$	$Z = \left[ \frac{Z_0 r_2 - V_0 - \frac{\Delta P r_2}{\rho L \lambda \omega_0}}{r_2 - r_1} \right] e^{r_1 t} + \left[ \frac{V_0 - Z_0 r_1 + \frac{\Delta P r_1}{\rho L \lambda \omega_0}}{r_2 - r_1} \right] e^{r_2 t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$
			$r_2 = -\beta - \gamma$	
		Críticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = \left[ \left[ V_0 - \left( Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) r_1 \right] t + Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right] e^{r_1 t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$
			$r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	
		Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\beta + \gamma i$	$Z = \left[ \left( Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) \cos \gamma t + \left( \frac{V_0}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} \left( Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) \right) \text{sen} \gamma t \right] e^{-\beta t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$
			$r_2 = -\beta - \gamma i$	
Parámetros: $\beta = \frac{\lambda}{2}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}, \quad A = \frac{ \Delta P }{\rho L \sqrt{\lambda^2 \omega_1^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2)^2}}, \quad \phi = \arctan \left[ -\frac{\lambda \omega_1}{(\omega_0^2 - \omega_1^2)} \right]$				

## 2.3 Flujos potenciales

La teoría de flujo potencial describe el comportamiento cinemático de los fluidos basándose en el concepto matemático de función escalar de potencial, la cual se relaciona con el campo de velocidades del flujo de un fluido como el gradiente de una función potencial. Para que exista flujo potencial se requiere que el fluido sea incompresible, no viscoso y el flujo irrotacional.

### 2.3.1 Potencial de velocidad

Cuando el flujo es irrotacional, existe una función escalar  $\Phi(x,y,z,t)$  tal que su gradiente define el campo de velocidades. Matemáticamente la función escalar, en flujo bidimensional, se define por las siguientes ecuaciones:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \dots\dots\dots (2.3)$$

$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \dots\dots\dots (2.4)$$

A la función  $\Phi$  se le llama potencial de velocidad, y los campos de flujo que son irrotacionales se les llaman flujos potenciales. Todos los flujos potenciales cumplen con la ecuación de Laplace o Laplaciano de la función  $\Phi$ .

La condición de irrotacionalidad para un flujo bidimensional y permanente se escribe, en coordenadas cartesianas, como:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (2.5)$$

Las curvas definidas por cualquier función  $\Phi(x,y)=cte.$  se denominan líneas equipotenciales.

### 2.3.2 Función de corriente

Para una gran cantidad de flujos reales, las condiciones de irrotacionalidad (condición necesaria y suficiente para garantizar la existencia de la función de Potencial) e incompresibilidad no siempre se satisfacen. Sin embargo, como la ley de conservación de masa siempre se tiene que satisfacer, entonces se define el concepto de función de corriente el cual relaciona el campo de velocidades con una función escalar que representa la conservación de masa de la siguiente forma para un flujo 2D y permanente:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \dots\dots\dots (2.6)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \dots\dots\dots (2.7)$$

Cualquier función  $\Psi$  que satisfaga estos requisitos se le llama función de corriente, y dada su definición, esta función es válida para todos los flujos bidimensionales, sean irrotacionales o rotacionales.

A las curvas definidas por cualquier función  $\Psi(x, y) = cte.$  se les denominan líneas de corriente, las cuales en todos sus puntos es tangente al vector velocidad. Las líneas de corriente y las líneas equipotenciales son ortogonales.

### 2.3.3 Aplicaciones de la función potencial y de corriente

Algunas de las aplicaciones de las funciones potencial y de corrientes que se usan en este trabajo se presentan en la Tabla 2-5.

**Tabla 2-5:** Algunas aplicaciones de la función potencial y de corriente.

TIPO DE FLUJO	FUNCIÓN DE POTENCIAL $\Phi$	FUNCIÓN DE CORRIENTE $\Psi$
Flujo Uniforme inclinado con respecto al eje $x$	$\Phi = U_0(x \cos \theta + y \sin \theta)$	$\Psi = U_0(y \cos \theta - x \sin \theta)$
Fuente	$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$	$\Psi = \frac{q}{2\pi} \theta$
Sumidero	$\Phi = -\frac{q}{2\pi} \ln r$	$\Psi = -\frac{q}{2\pi} \theta$
Vórtice Irrotacional	$\Phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$	$\Psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$
Doblete	$\Phi = \frac{\lambda \cos \theta}{r}$	$\Psi = -\frac{\lambda \sin \theta}{r}$
Half Body	$\Phi = U_0 r \cos \theta + \frac{\lambda \cos \theta}{r}$	$\Psi = U_0 r \sin \theta - \frac{\lambda \sin \theta}{r}$
Óvalo de Rankine	$\Phi = U_0 r \cos \theta + \frac{q}{2\pi} \ln r$	$\Psi = U_0 r \sin \theta + \frac{q}{2\pi} \theta$
Flujo alrededor de un cilindro	$\Phi = U_0 \cos \theta \left(1 + \frac{R^2}{r}\right)$	$\Psi = U_0 \sin \theta \left(1 - \frac{R^2}{r}\right)$

Donde:

$U_0$ : Velocidad uniforme y constante.

$q$ : Caudal unitario de la fuente o sumidero (intensidad de la fuente o sumidero).

$r$ : Distancia del origen (radio).

$\theta$ : Ángulo en coordenadas polares.

$\Gamma$ : Circulación sobre una curva que encierra el origen.

$\lambda$ : Intensidad del doblete.

$R$ : Radio del cilindro.

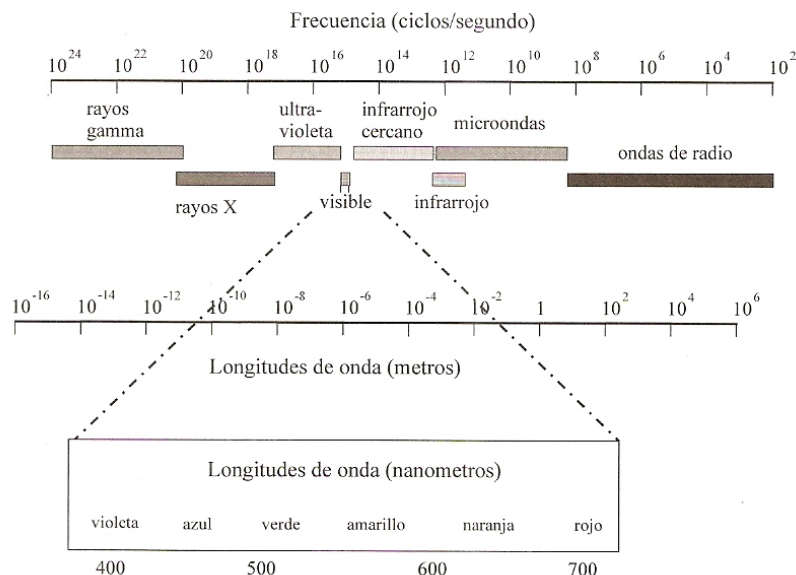
## 2.4 Sistemas de video

Los sistemas de video se componen básicamente de cámaras digitales y un computador para el almacenamiento y procesamiento de la información capturada. Estos sistemas capturan imágenes digitales las cuales pueden ser definidas como una función  $f(x,y)$  bidimensional, donde  $x$  y  $y$  son coordenadas espaciales en un plano, y la amplitud  $f$  de la función, en cualquier par de coordenadas  $(x,y)$ , se conoce como intensidad de la imagen en ese punto.

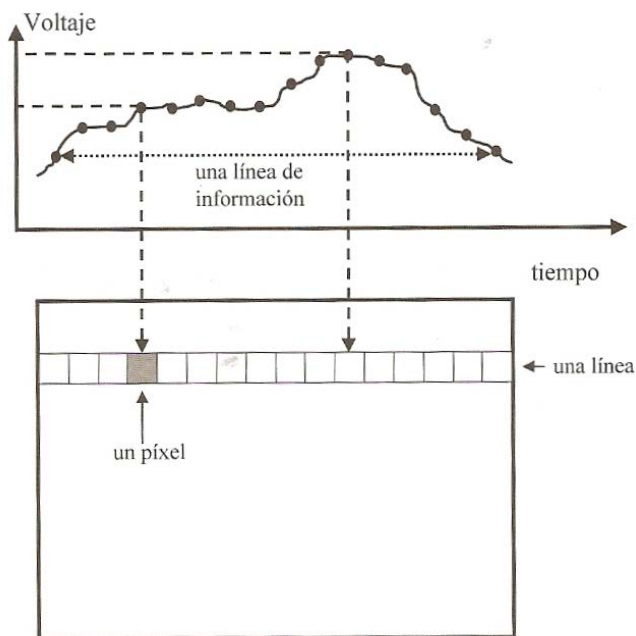
### 2.4.1 Dispositivos de captura de imágenes digitales

Las cámaras de video, para la adquisición de imágenes digitales, poseen tres elementos básicos: el lente, el sensor, y el dispositivo de grabación (*digitalizador*) (Erikson & Hanson, 2005). El lente es un dispositivo físico (sensible a una determinada banda del espectro de energía electromagnética) a través del cual la luz se transmite al sensor de la cámara. En la Figura 2-2 se muestra el rango de frecuencias del espectro electromagnético. El sensor mide el grado de energía electromagnética de la longitud de onda óptica y produce una señal eléctrica de salida proporcional al nivel de energía incidente en cualquier instante de tiempo. El *digitalizador*, es un dispositivo que convierte una señal de salida del sensor en un conjunto discreto de localizaciones del plano de la imagen y, luego, en la cuantificación de dicha muestra. Esto implica, en primer lugar, determinar el valor de la imagen continua en cada una de las diferentes localizaciones discretas de la imagen (cuyos valores se denominan muestras de la imagen) y en segundo lugar asignar a cada muestra una etiqueta entera discreta, representativa del rango de valores en el que varía la muestra. Una vez cuantificadas esas señales, espacialmente y en amplitud, se obtiene una imagen digital, que es como se representa en el computador. Es decir, tendremos una matriz de números enteros en la cual cada valor entero representa la intensidad de los objetos de la escena en un tiempo discreto y en un punto discreto del

plano de la imagen. En la Figura 2-3 se muestra un esquema simple del proceso de digitalización mencionado. El preciso diseño y fabricación de estos sistemas determina la calidad espacial, temporal y radiométrica de los datos resultantes.



**Figura 2-2:** Espectro electromagnético. Figura tomada de pajares G. y de la Cruz, J. (2008).



**Figura 2-3:** Digitalización de una señal analógica. Figura tomada de pajares G. y de la Cruz, J. (2008).



Uno de los principales dispositivos usados para la captura de imágenes, son los dispositivos de carga acoplada (Charge Coupled Devices -CCD-), el cual puede ser de exploración de línea o de área. Un sensor de CCD es un chip de silicio que consiste en una matriz unidimensional o bidimensional de elementos semiconductores llamados *photosites* que miden la cantidad de luz (fotones). Un sensor de CCD de exploración de líneas consta de una fila de  $M$  *photosites*, mientras que en los sensores de área los *photosites* se agrupan en forma de matriz con  $M$  elementos por fila y  $N$  elementos por columna. Finalmente, las imágenes son guardadas en varios espacios de representación según la capacidad de la cámara de capturar imágenes en el espacio del espectro visible, o blanco y negro u otros espacios, quedando guardada la imagen en algunos de los siguientes formatos o modelos de color: RGB, CMY, HS, entre otros. El propósito de un modelo de color es facilitar la especificación de los colores de alguna forma estándar. En esencia, un modelo de color es una especificación de un sistema de coordenadas 3-D y un subespacio dentro de dicho sistema, donde cada color se representa por un punto. Debido a que en esta tesis se trabajó con el modelo de color RGB, en la siguiente sección se hace una descripción de dicho modelo.

### 2.4.1.1 Imágenes RGB

El modelo de color RGB, se basa en la combinación de los colores primarios rojo (R), verde (G) y azul (B). Este modelo es un formato de color aditivo, lo que significa que la combinación de colores se basa en la adición de los componentes individuales considerando como base el negro. Este modelo está basado en el sistema de coordenadas cartesianas. El subespacio de color de interés es el tetraedro mostrado en la Figura 2-4. En el cual los valores RGB están en tres vértices; y cyan, magenta y amarillo se sitúan en otros tres vértices, el negro corresponde al origen y el blanco en el vértice más alejado del origen. Los valores RGB son positivos y sus valores se encuentran restringidos al intervalo  $[0, V_{max}]$ , en donde normalmente  $V_{max} = 255$ . Cada posible color  $C_i$  corresponde a un punto dentro del cubo RGB, con las componentes:

$$C_i = (R_i, G_i, B_i) \dots \dots \dots (2.8)$$

Donde  $C_i = (R_i, G_i, B_i)$ , normalmente el intervalo de valores de los componentes de color son normalizados al intervalo  $[0,1]$ , de tal forma que el espacio de color quedaría representado por el cubo unitario mostrado en la Figura 2-4. El punto  $N = (0,0,0)$  corresponde al negro,  $W = (1,1,1)$  corresponde al blanco y todos los puntos que se encuentran sobre la línea que va del negro al blanco son las tonalidades a escala de grises.

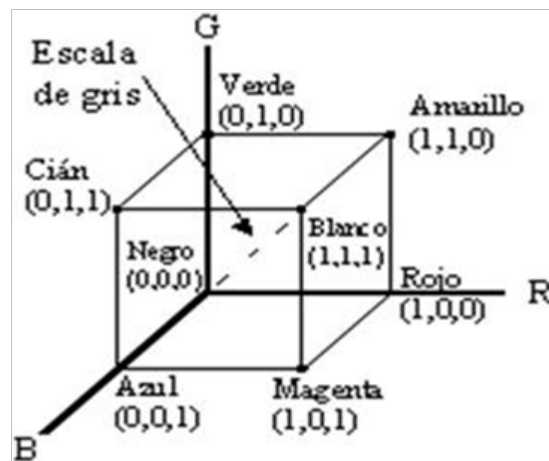


Figura 2-4: Cubo de color RGB.

## 2.4.2 Resolución espacial y temporal

Hablando en términos de procesamiento digital de imágenes, la resolución espacial se refiere al mínimo tamaño que debe tener un objeto para ser reconocido dentro de la imagen. La resolución espacial depende de la distancia a la que se encuentra la cámara de la región de interés y de la cantidad de píxeles que tiene su sensor. De la Escalera (2001) expresa que a mayor resolución espacial, es posible distinguir objetos más pequeños en la imagen. Para poder obtener una resolución espacial constante, es necesario tener ubicada la cámara perpendicular a la superficie donde se encuentra el objeto a capturar (Osorio et al, 2007).

La resolución temporal se refiere al tiempo que transcurre entre dos observaciones consecutivas realizadas por la cámara. A menor tiempo transcurrido, mayor resolución temporal. Dependiendo de la aplicación, es necesario tener una mayor o menor resolución temporal. Para el caso de imágenes tipo instantáneas, la resolución temporal indica cada cuanto están siendo tomadas las imágenes por la cámara, pero en el caso de imágenes promediadas, la resolución temporal indica la frecuencia a la que se muestrea la imagen durante el periodo de muestreo, para luego aplicar algún operador matemático o estadístico, este es el caso de las imágenes Timex, Vaiance, entre otras.

## 2.4.3 Toma de datos

Dependiendo de la necesidad se pueden tomar muchos tipos de datos, entre los cuales los más comunes son:

- a) **Fotos instantáneas (SnapShot):** son fotos tomadas, en un instante dado, en una región específica que cubre una cámara.
- b) **Grupo de imágenes o píxeles:** en las imágenes capturados en un tiempo de exposición, sobre los cuales se aplica algún tipo de operador estadístico o matemático (promedio, varianza, mediana, entre otros). Dentro de esta categoría tenemos:
  - **Imágenes con tiempo de exposición (Timex):** son fotos que muestran la intensidad media captada por las cámaras durante un período de tiempo determinado.
  - **Varianza de las imágenes (Variance):** son fotos que muestran la desviación estándar de las intensidades captadas por las cámaras durante un período de tiempo determinado.

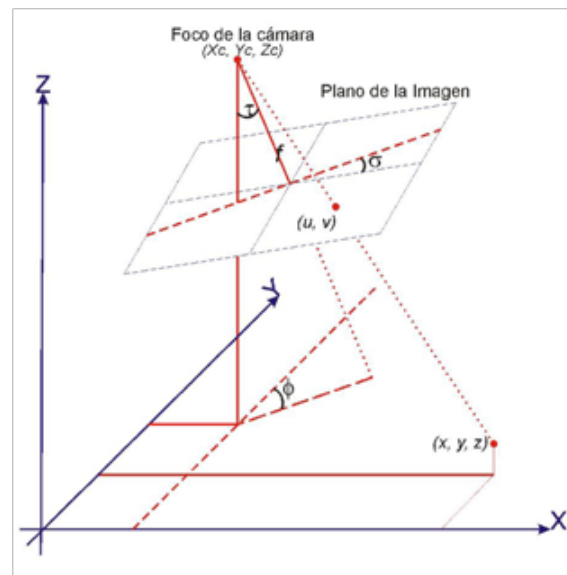
## 2.4.4 Calibración de la cámara

Cuando las imágenes son tomadas en forma oblicua, éstas no cuentan con una resolución espacial constante, por lo que no es posible hacer mediciones precisas de distancias dentro de la imagen. Cuando esto sucede hay que obtener un *modelo de la cámara* (geometría de cámara) que relacione las coordenadas de un punto visible en la imagen con las coordenadas de dicho punto en el mundo real.

Por lo general estos modelos consideran parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara. Los parámetros intrínsecos están relacionados con el hardware de captura de las imágenes y por lo general se obtienen con pruebas de laboratorio o son suministrados por el fabricante. Dentro de este grupo tenemos: a) la distancia focal de los lentes  $f$ , b) la distorsión debida a los lentes (radial o tangencial), c) el tamaño del sensor de la cámara, d) el factor de escala  $S_u$ , que representa la relación entre el tamaño del píxel y el tamaño del sensor CCD, y e) la ubicación del punto principal de la imagen  $(u_0, v_0)$ , que es el punto del plano de la imagen por el que pasa el eje focal. Los parámetros extrínsecos de la cámara permiten obtener la descripción geométrica de la orientación y posición de la cámara respecto a un sistema de coordenadas del mundo real. Normalmente corresponden a los ángulos de rotación y los valores de traslación del plano de la imagen con respecto al sistema de referencia (Erikson & Hanson, 2005; Osorio, Pérez, Ortiz, & Medina, 2007).

Existen varios modelos para la calibración de la cámara, unos más complejos que otros. Uno de los modelos más sencillos es el modelo de cámara *pinhole* (Holland, Holman, & Lippmann, Practical Use of

Video Imagery in Nearshore Oceanographic Field Studies, 1997; Mery, 2004; Osorio, Pérez, Ortíz, & Medina, 2007; Pajares & De la Cruz, 2008), el cual se basa en el principio de colinealidad y asume que cada punto en el espacio se proyecta en la imagen por una línea recta que pasa por el foco de la imagen. Partiendo del hecho de que las coordenadas de la cámara en el sistema de referencia  $(x_c, y_c, z_c)$ , coinciden con las coordenadas del foco de la imagen y tomando el punto  $(x, y, z)$  en el espacio, su correspondiente proyección en la imagen se encuentra en el punto de coordenadas  $(u, v)$  tal y como se muestra en la Figura 2-5.



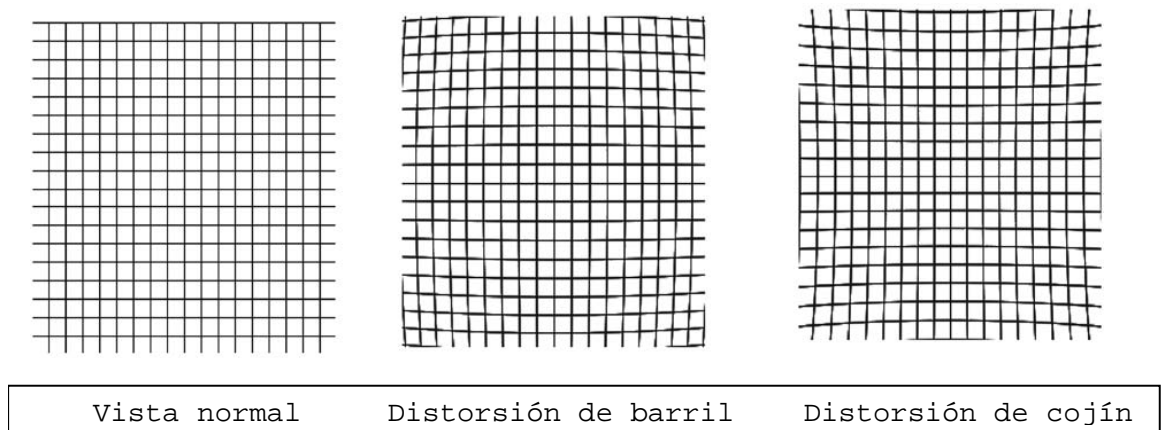
**Figura 2-5:** Diagrama correspondiente a la proyección de la cámara bajo el principio de colinealidad. Figura tomada de Osorio, et al. (2008).

En la Figura 2-5 el parámetro  $f$  corresponde a la distancia focal de la imagen y los ángulos  $\sigma$ ,  $\tau$ , y  $\varphi$  representan la rotación del plano de la imagen respecto al sistema de referencia. El origen del sistema de coordenadas en la imagen se localiza en el extremo superior izquierdo.

Como ya se mencionó, los lentes presentan dos tipos de distorsión (radial y tangencial) que deterioran la calidad geométrica de la imagen y por tanto la capacidad para medir posiciones de los objetos en ella. Ambos tipos de distorsión surgen porque los rayos de luz no emergen de las lentes en las direcciones previstas por las leyes ópticas (Pajares & De la Cruz, 2008). La distorsión radial de la lente hace que los puntos de las imágenes se desplacen en forma radial a partir del eje óptico, y la distorsión tangencial ocurre en ángulos rectos a las líneas radiales a partir

del eje óptico y se presenta cuando los centros de curvatura de la superficie del lente no son colineales.

Debido a que los efectos de la distorsión tangencial son menos significativos que los efectos de la distorsión radial, los primeros suelen ser despreciados (Pajares & De la Cruz, 2008; Osorio, Pérez, Ortíz, & Medina, 2007). En la Figura 2-6 se muestra un esquema de la distorsión radial producida por una lente.



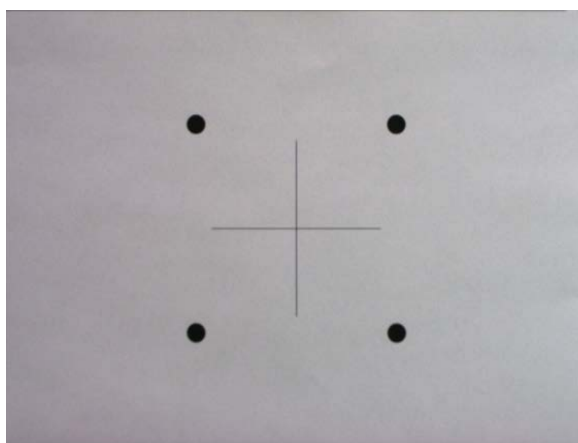
**Figura 2-6:** Esquema de la distorsión radial producida por un lente. Figura tomada y modificada de Erikson, et al. (2005).

La distorsión radial de la lente se debe principalmente a la curvatura de los lentes (Mery, 2004; Pérez M., 2009) y, dado que cada elemento de la lente es radialmente simétrico, y son elementos normalmente colocados con gran precisión en el mismo eje óptico, esta distorsión es casi siempre radialmente simétrica (Erikson & Hanson, 2005). El efecto de la distorsión radial puede ser despreciable en el centro de la imagen. Sin embargo, es considerable en los extremos de la imagen, donde la normal de la superficie de la lente no es paralela al eje óptico de la proyección (Mery, 2004). Por otro lado, Lerma G. (2002) plantea que el orden de magnitud de la distorsión radial varía en función de tipo de cámara y lentes, y varía de modo previsible con el enfoque: menos cuanto más se aproxima al infinito, y que la distorsión de la lente depende de la distancia objeto.

Una vez tenido en cuenta todos los aspectos arriba mencionados, y con ayuda de algunos puntos de control visibles sobre la imagen, a los cuales se les conozcan sus coordenadas reales ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), se puede construir un modelo matemático que permita rectificar toda la imagen y visualizarla en planta (como una ortofoto). El detalle de la construcción y resolución del modelo matemático se puede ver en: Osorio, J. D. (2010), Osorio, et al. (2007), Pérez et al. (2013) y Pérez, J.C. (2009).

Como en este trabajo no se van a tomar imágenes oblicuas, no se requiere hacer un proceso de calibración de cámara y rectificación de imágenes. La relación entre las coordenadas de un punto visible en la imagen con las coordenadas de dicho punto en el mundo real se realizará utilizando un modelo lineal de relación de píxeles con sus medidas reales en metros. Para realizar este proceso se utilizara una imagen "stack" que contiene unos puntos de control (ver Figura 2-7) a los cuales se conoce su separación en metros. En cuanto al problema de la distorsión radial, en nuestro caso la máxima distancia a la cual está ubicada la cámara del plano de captura es aproximadamente 1.6 m, y además, el área de trabajo en las imágenes está ubicada en el centro de la imagen, por lo tanto el error de distorsión radial producido por la lente puede ser despreciable. La medida de un pixel en metros se saca utilizando la siguiente relación lineal:

$$pixel[m] = \frac{\text{separación puntos de control [m]}}{\text{número de píxeles de centro a centro de masa}} \dots\dots (2.9)$$



**Figura 2-7:** Imagen "stack" con puntos de control.

## 2.4.5 Procesamiento

Las tareas de procesamiento de las imágenes se refieren a procedimientos que se realizan sobre las imágenes antes de poder obtener alguna información que permita hacer mediciones sobre las mismas. Entre estas tareas se encuentran la clasificación de las imágenes, la aplicación de filtros, y la solución del modelo de calibración de la cámara, por ejemplo el modelo *pinhole*.

### 2.4.5.1 Solución del modelo de calibración de la cámara

Existen diversos métodos de solución del modelo de calibración de la cámara, unos más completos que otros. Dentro de estos modelos

se encuentra el de la transformada lineal directa, (DTL) por sus siglas en inglés (*Direct Linear Transform*), la cual es un método simplificado para solucionar el modelo de calibración. La DTL no tiene en cuenta la distorsión introducida por las lentes, pero ha sido usado por diferentes autores obteniendo buenos resultados (Osorio, Pérez, Ortiz, & Medina, 2007; Pérez M., 2009). Para mayor información sobre modelos de calibración y el detalle de sus planteamientos matemáticos, ver Osorio, et al. (2007); Pérez et al. (2013). En nuestro caso, como lo mencionamos en la sección anterior, la relación entre las coordenadas de un punto visible en la imagen con las coordenadas de dicho punto en el mundo real se realizará utilizando un modelo lineal de relación de píxeles y la medidas reales en metros. Por lo tanto, no se realizará proceso de calibración de cámara ni solución del modelo de calibración de la misma.

### 2.4.5.2 Selección y filtrado de la imagen

Siempre que se usen imágenes para monitoreo ambiental o cálculo de parámetros hidrodinámicos es necesario definir algunas propiedades que se deben cumplir para que las mediciones a partir de las imágenes capturadas (sean cualitativas o cuantitativas) puedan realizarse en forma correcta y confiable. Por ejemplo, una imagen con poca luminosidad no es apropiada para identificar objetos y bordes, por lo cual podría pensarse en rechazarla al hacer mediciones. En otros casos, hay que hacer una mejora en la calidad de la imagen obtenida, mejora que se puede hacer utilizando dos enfoques diferentes: procesamiento en el dominio espacial o en el dominio de la frecuencia. El procesamiento en el dominio espacial consiste en mejorar la calidad de la imagen mediante el uso de una máscara (filtros matemáticos) que ajuste los píxeles y mejore las partes importantes de las imágenes (algunos de estos filtros son el *gaussiano*, de paso bajo, de disco, entre otros). Estos filtros permiten eliminar el ruido sistemático de la imagen debido a los dispositivos de captura, efectos no deseados tales como sombras, reflejos, entre otros. El procesamiento en el dominio de la frecuencia usa la transformada de Fourier y la transformada Wavelet para eliminar el ruido de la imagen.

### 2.4.6 Post-Procesamiento

El post-procesamiento se refiere a todos los procedimientos que se realizan con el fin de obtener datos cuantitativos, donde las imágenes son manipuladas y modificadas de diversas formas. Los procedimientos que hacen parte de esta etapa incluyen la

rectificación de imágenes, la fusión (cuando el área de interés no puede ser abarcada con una sola cámara), la detección de bordes y la detección de objetos. La rectificación de imágenes y la fusión no aplican en los trabajos realizados en esta tesis, la rectificación por que las imágenes no son tomadas de forma oblicuas y la fusión porque en todos los caso estudiados el área de trabajo fue capturado con una sola cámara.

### 2.4.6.1 Detección de bordes

Los bordes, a groso modo, pueden ser considerados como puntos en una imagen en los cuales la intensidad de los pixeles en una determinada dirección cambia drásticamente y por lo tanto se busca determinar los cambios o discontinuidades en la amplitud de un atributo de la imagen, como la luminosidad, ya que por lo general estos cambios o discontinuidades permiten identificar la extensión física de los objetos en la imagen. La detección de borde permite determinar la frontera de dos regiones, por ejemplo, la interface agua-aire. Una de las estrategias más comunes es interpretar la intensidad de la imagen como una función  $f:R^2 \rightarrow R$ , por lo cual se puede usar un operador gradiente o similar para determinar los bordes buscando los valores extremos, mínimo o máximos locales, del gradiente mencionado. La detección de bordes utilizando técnicas basadas en el gradiente considera tres opciones: los operadores de primera derivada, los operadores de Derivada parcial y gradiente, y los operadores de segunda derivada. Algunos de los operadores de primera derivada son: *Sobel*, *Prewitt*, *Roberts* *Canny*, entre otros. Y entre los operadores de la segunda derivada están: *Laplaciana*, *Laplaciana de la Gaussiana*, *diferencia de Gaussianas*. El detalle matemático de estos operadores y sus aplicaciones se puede ver en Cuevas, et al. (2010), Pajares & De la Cruz(2008) y Osorio, et al (2012).

#### **a)Detección de bordes utilizando técnicas de la primera derivada.**

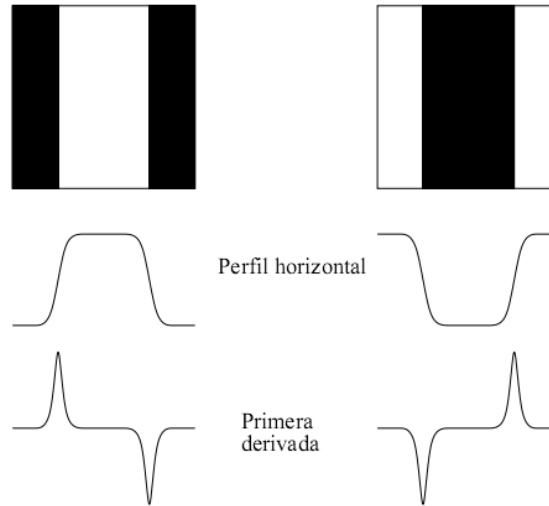
Si consideramos, por facilidad, una sola dimensión y se toma como ejemplo una imagen que tiene una región blanca en el centro rodeada de un fondo oscuro o viceversa (ver Figura 2-8), el perfil horizontal de la intensidad de los pixeles en escala de grises de la imagen se ve como el perfil que se muestra en la Figura 2-8. Definiendo una señal unidimensional como  $f(u)$  se puede calcular su primera derivada (para una función discreta) como:

$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1)-f(u-1)}{2} \dots\dots\dots (2.10)$$



El resultado de graficar dicha derivada se muestra en la Figura 2-8 donde claramente se observa un pico en dicha función en la región donde se da el cambio de intensidad de píxeles (Blanco-Negro o Negro-Blanco).

Este mismo proceso se puede hacer para el sentido vertical a lo largo de la columna de la imagen.



**Figura 2-8:** Criterio de la primera derivada, aplicado a la intensidad de píxeles en una imagen. Figura tomada de Cáceres, et al. (2012).

#### **b) Derivada parcial y gradiente.**

Dada una función  $I(x,y)$ , su derivada parcial, en las dos direcciones  $x$  o  $y$ , se calcula como el vector gradiente

$$\nabla I(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(x,y) \\ \frac{\partial I}{\partial y}(x,y) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.11)$$

Cuya magnitud viene dada por:

$$|\nabla I| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \dots\dots\dots (2.12)$$

Este vector es invariante a rotaciones de la imagen y con ello también independiente de la orientación de las estructuras contenidas en la misma. Esta propiedad es importante para la localización de los bordes de la imagen por lo que es un valor práctico utilizado en la mayoría de los algoritmos usados para detección de bordes.

### c) Detección de bordes utilizando técnicas de la segunda derivada.

Esta técnica se basa en encontrar lo que se denomina pasos por ceros ("zero-crossing"). Un paso por cero de una función no es más que su transición de positivo a negativo o viceversa, paso que se estima a partir de la segunda derivada. La segunda derivada para una función unidimensional discreta se define como, con un segundo orden de precisión:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1) \dots \dots \dots (2.13)$$

El operador *Laplaciano* es un filtro lineal isotrópico (insensible a la rotación) definido por la siguiente expresión:

$$\nabla^2 I(x,y) = \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial y^2} \dots \dots \dots (2.14)$$

Considerando la ecuación (2.13) y en la expresión (2.14) del *Laplaciano* se tiene:

$$\frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial x^2} = I(x+1,y) - 2I(x,y) + I(x-1,y) \dots \dots \dots (2.15)$$

y

$$\frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial y^2} = I(x,y+1) - 2I(x,y) + I(x,y-1) \dots \dots \dots (2.16)$$

Por lo que, si se unen las expresiones (2.15) y (2.16) para formar (2.14), se tiene:

$$\nabla^2 I(x,y) = I(x+1,y) + I(x-1,y) + I(x,y+1) + I(x,y-1) - 4I(x,y) \dots \dots \dots (2.17)$$

La ecuación (2.17) es el algoritmo implementado para la evaluación del paso por cero de la función intensidad de los píxeles y así determinar los bordes de una figura dentro de una imagen.

## 2.4.6.2 Detección de objetos

La detección de objetos nos permite identificar, contar y/o ubicar en el espacio algún objeto en particular. A continuación se presentan algunos elementos básicos sobre "umbralización" y etiquetado y otras operaciones morfológicas de gran utilidad en el procesamiento de imágenes.

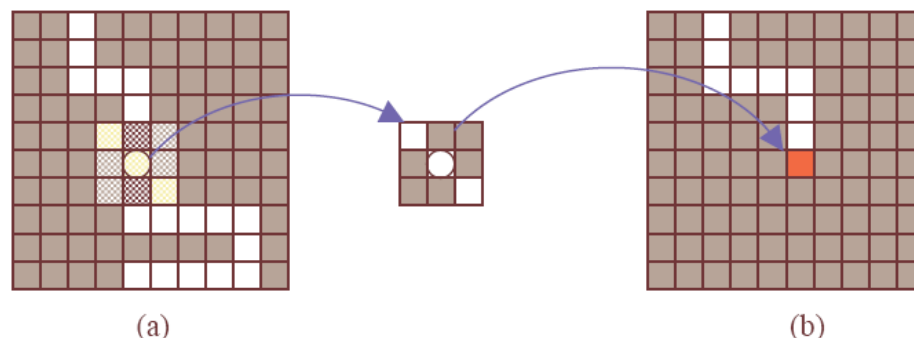
**a) Imágenes binarias y segmentación por umbral.**

Una imagen binaria es una imagen en la cual cada píxel puede tener solo uno de dos valores posibles 1 o 0. Como es lógico suponer, en una imagen con esas condiciones es mucho más fácil encontrar y distinguir características estructurales. En visión por computador el trabajo con imágenes binarias es muy importante ya sea para realizar segmentación por intensidad de la imagen, para generar algoritmos de reconstrucción o reconocer estructuras. La forma más común de generar imágenes binarias es mediante la utilización del valor umbral de una imagen a escala de grises; es decir, consiste en comparar los niveles de gris presentes en la imagen con un valor (umbral) predeterminado. Si el nivel de gris de la imagen es menor que el umbral predeterminado, se le asigna al píxel de la imagen binarizada el valor 0 (negro), y si es mayor, se le asigna un 1 (blanco). De esta forma se obtiene una imagen en blanco y negro.

**b) Operaciones morfológicas.**

Una de las operaciones más utilizadas en visión sobre imágenes previamente binarizadas son las operaciones morfológicas, las cuales consisten en operaciones realizadas sobre dichas imágenes basadas en formas, tomando como entrada una imagen binaria y regresando como resultado una imagen también binaria. El valor de cada píxel de la imagen binaria resultado se basa en el valor del correspondiente píxel de la imagen original binaria y de sus vecinos. Entonces, eligiendo apropiadamente la forma de los vecinos a considerar, se pueden construir operaciones morfológicas sensibles a una forma en particular. Las principales operaciones morfológicas son la dilatación y la erosión.

La operación de dilatación adiciona píxeles en las fronteras de los objetos, mientras la erosión los remueve. En ambas operaciones se utiliza una rejilla que determina cuales vecinos del elemento central de la rejilla serán tomados en cuenta para la determinación del píxel resultado. La rejilla es un arreglo cuadrangular que contiene unos y ceros y en los lugares que contiene unos se usarán sus vecinos para determinar la intensidad del píxel resultado. En los lugares donde hay ceros, no se consideran los vecinos para dicha determinación. La Figura 2-9 muestra gráficamente el efecto de la rejilla sobre la imagen original y su resultado en la imagen final.



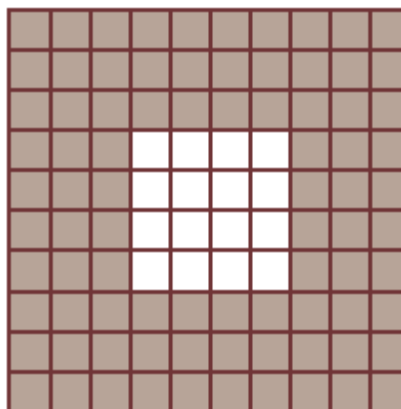
**Figura 2-9:**(a) imagen original y (b) imagen resultado de la aplicación de la operación morfológica considerando la rejilla de 3x3.Figura tomada de Osorio (2010).

Como muestra la Figura 2-9, solo los pixeles de color amarillo en la imagen original participan en la determinación del pixel rojo de la imagen resultado. Una vez determinado el tamaño de la rejilla y su configuración, se aplica la operación morfológica.

En el caso de la dilatación, si alguno de los pixeles de la rejilla configurados como unos coincide con al menos uno de la imagen original, el pixel resultado es uno. Por el contrario, en la erosión, todos los pixeles de la rejilla configurados como unos deben coincidir con todos los de la imagen, si esto no sucede el pixel es 0.

### c) Operaciones basadas en objetos.

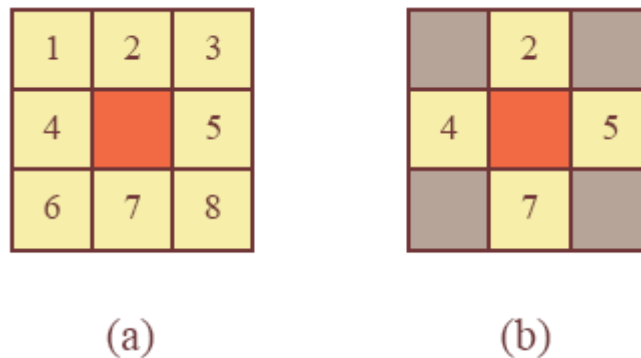
En una imagen binaria, puede definirse un objeto como un conjunto de pixeles conectados con valor 1. Por ejemplo la Figura 2-10 representa una imagen binaria conteniendo un objeto cuadrado de 4 x 4. El resto de la imagen puede ser considerado como el fondo.



**Figura 2-10:**Imagen binaria conteniendo un objeto. Figura tomada de Osorio (2010).

Para muchas operaciones, la distinción de objetos depende de la convención utilizada de conectividad, que es la forma en la que se considera si dos píxeles tienen relación como para considerar que forman parte del mismo objeto. La conectividad puede ser de dos tipos, de conexión-4 ó bien conexión-8. En la Figura 2-11 se esquematizan ambas conectividades.

En la conectividad conexión-8 se dice que el píxel rojo pertenece al mismo objeto si existe un píxel de valor uno en las posiciones 1,2,3,4,5,6,7 y 8. Por su parte la conectividad conexión-4 relaciona solo a los píxel 2,4,5 y 7.



**Figura 2-11:**(a) Conectividad conexión-8 y (b) conexión-4.Figura tomada de Osorio (2010).

Para las operaciones que consideran la conectividad como un parámetro, es importante tener en cuenta que ésta determina fuertemente el resultado final del procesamiento, ya que puede dar origen a objetos nuevos, en donde si se hubiera elegido otra conectividad no existirán.



## 3. *Software* desarrollado

El software desarrollado calcula soluciones analíticas y/o numéricas para las ecuaciones del movimiento oscilatorio amortiguado y forzado (caso de flujos en tuberías en U) y algunos casos de flujo potencial. El software, desarrollado en plataforma MATLAB consta de tres módulos: pre-procesador, procesador y pos-procesador. A continuación se hace una breve descripción de cada uno de los módulos. Para mayor información consultar el manual de usuario del software.


### 3.1 Módulo flujos transitorios en tuberías en U

#### 3.1.1 Módulo pre-procesador


En este módulo el estudiante selecciona el caso que desee estudiar, ya sea resistencia nula, laminar ó turbulenta. Luego debe ingresar las condiciones iniciales del sistema: posición inicial del menisco ( $z_0$ ), y velocidad inicial ( $v_0$ ), los parámetros geométricos como el diámetro de la tubería ( $D$ ) y longitud de la columna de fluido ( $L$ ), los parámetros físicos del fluido como densidad ( $\rho$ ), coeficiente de viscosidad cinemática ( $\nu$ ) y rugosidad absoluta de la tubería ( $e$ ), los parámetros del forzado: delta de presiones ( $\Delta P$ ), y la frecuencia del forzador ( $\omega_1$ ) en caso de que el movimiento sea de tipo armónico y, por último, se deben seleccionar las condiciones de simulación como el tiempo de simulación ( $t_s$ ) y el paso de tiempo ( $dt$ ), ambos en función del número de períodos de oscilación natural del sistema. En la Figura 3-1 se muestra la ventana del pre-procesador para el módulo de flujos transitorios en tuberías en U, y en la Figura 3-2 se muestra la ventana del pre-procesador para el análisis experimental de flujos transitorios en tuberías en U. A través de esta última ventana accedemos a la imagen con los puntos de control de la imagen, esto nos permite obtener la medida de un pixel en mm. También seleccionamos los modelos con los cuales deseamos comparar los resultados experimentales. Se deben ingresar los datos medidos en laboratorio (diámetro, volumen de fluido, densidad, viscosidad), y con los "frame" del video se calcula la duración del video ( $d_v$ ) y el tiempo entre cada "frame" ( $dt$ ).

Oscilacion

Archivo Tipo de fricción Tipo de forzador Ver Ayuda



**Simulación del Movimiento Oscilatorio de un Fluido en una Tubería en U**  
**Caso: Con Fricción y Forzador Armónico**



Escriba el nombre del fluido con el cual esta trabajando

Agua

**CONDICIONES INICIALES**

Posición inicial del menisco ( $Z_0$ ) : 0.5 (m)

Velocidad inicial ( $V_0$ ) : 0.2 (m/s)

**CONDICIONES DE SIMULACIÓN**

Números de periodos de oscilación natural que se quiere simular : 15T<sub>0</sub>

Tiempo de simulación ( $t_s$ ) : 26.073 (s)

Paso de tiempo en periodos de oscilación natural : 0.005T<sub>0</sub>

Paso de tiempo ( $dt$ ) : 0.009 (s)

**PARÁMETROS GEOMÉTRICOS**

Diámetro ( $D$ ) : 0.015 (m)

Longitud columna de fluido ( $L$ ) : 1.5 (m)

**PARÁMETROS FÍSICOS**

Densidad del fluido ( $\rho$ ) : 997.1 (Kg/m<sup>3</sup>)

Coef. de viscosidad cinemática ( $\nu$ ) : 0.00000897 (m<sup>2</sup>/s)

Rugosidad de la tubería ( $e$ ) : 0.0000015 (m)

**PARÁMETROS DEL FORZADOR**

Delta de presión ( $\Delta P$ ) : 50 (Pa)

Números de frecuencias de oscilación natural que quiere utilizar como forzador : 0.7W<sub>0</sub>

Frecuencia del forzador ( $\omega_f$ ) : 2.53 (Hz)

CALCULAR

LIMPIAR


SALIR

**Figura 3-1:** Ventana pre-procesador para flujos transitorios en tuberías en U.




Procesamiento\_Imagenes

Archivo Análisis Experimental Ayuda



*Procesamiento Digital de Imágenes :  
Movimiento Oscilatorio de un Fluido en Tuberías en U*



**MEDIDA PIXEL**

Separación GPC:  (mm)

Seleccionar carpeta de la imagen con GPC:

Nombre Imagen GPC:

Medida Pixel:  (mm/pixel)

**SELECCIONE MODELO**

☒ Newton, Newton / Ogawa et. al., Ogawa et. al.

☒ Ogawa et. al. (Factor de Velocidad modificado)

**Factores de Velocidad**

F.V\*.:

\* Ingrese factor F.V. para modificar Kv propuestos por Ogawa et. al.

**PROCESAMIENTO IMÁGENES: TUBERÍAS EN U**

**DATOS DE ENTRADA**

Fluido:

Diámetro (D):  (m)

Volumen fluido (Vol):  (ml)

Coef. viscosidad cinemática ( $\nu$ ):  (m<sup>2</sup>/s)

Densidad del fluido ( $\rho$ ):  (Kg/m<sup>3</sup>)

Velocidad inicial ( $V_0$ ):  (m/s)

Delta presión ( $\Delta P$ ):  (Pa)

Rugosidad de la tubería ( $e$ ):  (m)

**Calcular Parámetros**

L\*:  (m)

Wo:  (Hz)

To:  (s)

L\*: Calculada a partir del volumen de fluido medido en laboratorio.

**INFORMACIÓN DE FRAME DEL VIDEO**

Seleccione ruta de carpeta que contiene los frames:

Números de Frame:  Duración del video ( $d_v$ ):  (s)

Frame:  (fps) Paso de tiempo ( $dt$ ):  (s)

**Figura 3-2:** Ventana pre-procesador para análisis experimental de flujos transitorios en tuberías en U.

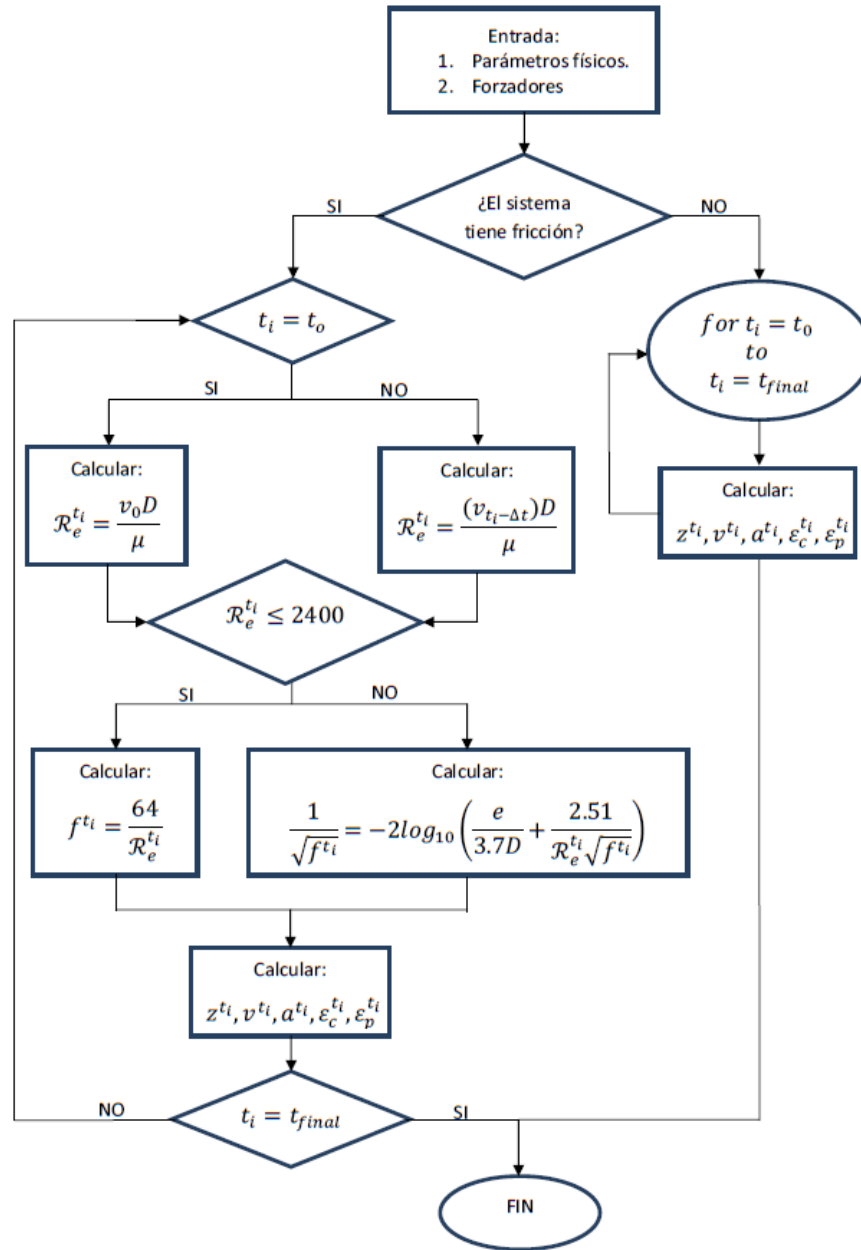
### 3.1.2 Módulo procesador

En este módulo, el software calcula la solución de la ecuación diferencial que gobierna la dinámica de oscilación del caso seleccionado, utilizando el método analítico o numérico según el régimen que experimente la columna de fluido durante el tiempo de simulación. Cuando el fluido experimenta régimen laminar y turbulento la solución es numérica, y cuando solo experimenta régimen laminar la solución es analítica. En la Figura 3-3 se presenta un diagrama de flujo que muestra los componentes básicos de la rutina de flujos transitorios en tuberías en U.

El procedimiento de cálculo y algunas hipótesis que se utilizan en el módulo de *flujos transitorios en tuberías en U*, básicamente son los siguientes:

1. Se verifica si el sistema que se desea simular tiene fricción.
2. Si el sistema no tiene fricción, se utilizan las ecuaciones para el caso de resistencia nula y se implementa la solución analítica en todo el tiempo de simulación.
3. Si el sistema tiene fricción se procede de la siguiente forma:
  - a) Se calcula el número de *Reynolds*, si  $t_i = t_0$  se utiliza la velocidad inicial ( $v_0$ ), si  $t_i \neq t_0$  se utiliza la velocidad del tiempo inmediatamente anterior  $v_{t-\Delta t}$ . Si el número de *Reynolds* calculado es menor de 64, por defecto se utiliza este valor (el cual correspondería a un factor de fricción igual a la unidad). Este límite, se ha fijado teniendo en cuenta que el número de *Reynolds* tiende a ser cero cuando la posición del menisco está cerca al punto de equilibrio de la columna de fluido (cero relativo), en cuyo caso daría como resultado un factor de fricción que tiende al infinito.
  - b) Se chequea el tipo de régimen con el número de *Reynolds* calculado.
  - c) Si el régimen es laminar, se calcula el factor de fricción de *Darcy-Weisback* con la ecuación para régimen laminar, si el régimen es turbulento se calcula el factor de fricción con la ecuación de *Colebrook-White*.

- d) Luego, dependiendo del régimen en que se encuentre el sistema, se utiliza la ecuación de resistencia nula o la ecuación con fricción para calcular  $z^{t_i}, v^{t_i}, a^{t_i}, \varepsilon_c^{t_i}, \varepsilon_p^{t_i}$ .
- e) En este punto se chequea si  $t_i = t_{final}$ , si es igual, se terminan los cálculos, si no es igual, se repiten los pasos de (a) a (e) nuevamente.



**Figura 3-3:**Diagrama de flujo que muestra los componentes básicos de la rutina de flujos transitorios en tuberías en U.

### 3.1.3 Módulo pos-procesador

En este módulo el estudiante podrá visualizar los resultados obtenidos, en forma numérica o gráfica. Se pueden obtener gráficas de la posición del menisco, velocidad de la columna de fluido, aceleración de la columna de fluido y energías cinética y potencial, en función del tiempo.

En la Figura 3-4 se muestra la ventana del pos-procesador en la cual se pueden ver los resultados en forma numérica de las oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, los parámetros de entrada al modelo y un resumen de los resultados. En todos los casos simulados, los resultados son comparados con el **caso de oscilación simple**, el cual se ha tomado como un patrón de referencia para que el usuario analice y compare con los resultados obtenidos del caso en estudio (casos con fricción y con forzador diferente de cero). En el resumen de los resultados del **caso de oscilación simple** pueden observarse la amplitud del movimiento ( $A$ ), la fase inicial ( $\emptyset$ ), el valor máximo de la posición del menisco ( $z_{m\acute{a}x}^*$ ), la velocidad máxima del menisco ( $v_{m\acute{a}x}^*$ ), aceleración del menisco, la energía cinética ( $E_c$ ) y potencial ( $E_p$ ) de la columna de fluido, el período de oscilación natural del sistema y la frecuencia de oscilación natural. En el resumen del **caso en estudio**, cuando el sistema solo experimenta régimen laminar, se pueden observar las mismas variables que el patrón de comparación (**caso de oscilación simple**) y, adicionalmente, el número de Reynold máximo. Cuando el sistema experimenta régimen laminar y turbulento, no se pueden observar los valores de  $A$  y  $\emptyset$ , ya que en este caso la solución es numérica. En la ventana de pos-procesamiento también se pueden observar los valores de todas las series de tiempo ( $z, v, a, \varepsilon_c, \varepsilon_p$ ) en cualquier instante de tiempo, tanto del **caso de oscilación simple** como del **caso en estudio**. Adicionalmente, se pueden seleccionar, de un menú, diez tipos de graficas diferentes, teniendo la opción de graficar todo el tiempo de simulación o graficar por intervalos de tiempo (esto con el fin de mirar al detalle cualquier instante de tiempo).

En la Figura 3-5y Figura 3-6 se muestran dos de los diez tipos de gráficas que se pueden obtener para la visualización en forma gráfica de los resultados. En este caso, las figuras corresponden a una columna de fluido que ha sido sometida a un forzador de tipo armónico ( $\omega_0 \neq \omega_1$ ) y considerando la fricción del sistema.

En la Figura 3-5 se puede observar cómo variaron, en el tiempo,  $z, v, a, \varepsilon_c, \varepsilon_p$ . Obsérvese que todas las variables han sido adimensionalizadas con respecto a los valores máximos del caso de referencia (**oscilación simple**), esto con el fin de facilitar la interpretación de resultados al momento de comparar varios casos. Además, cuando se simulan casos con variables cuyas magnitudes

sean muy grandes, no haya problema para graficar los resultados, es decir, que se pueda manejar una sola escala cuyo valor máximo sea la unidad, excepto en los casos que el sistema este sometido a un forzador muy grande (esta es la razón por la cual se tiene dos ejes de escala vertical). Con el fin de facilitar la interpretación y comparación de resultados, el tiempo de simulación aparece en función de períodos naturales de oscilación. Con el fin de proveer un mayor número de herramientas y que el usuario tenga a la mano el mayor número de los parámetros posibles para el análisis e interpretación de los resultados, en la parte derecha de las gráficas aparecen las condiciones iniciales, los parámetros adimensionalizantes y un resumen de los parámetros del caso en estudio. En caso de que el sistema experimente régimen turbulento, la gráfica nos indica los intervalos en los cuales se experimenta este régimen.


En la Figura 3-6 se muestra, más al detalle, la variación de la posición del menisco en el tiempo. En este caso específico se puede observar cómo al final el forzador de tipo armónico domina el sistema, cómo el sistema está sometido a una energía externa, y que la fricción del sistema no disipa toda esta energía.

Adicional a la gráfica donde se muestran las variables juntas del sistema (Figura 3-5) y a la gráfica donde se muestra solo la variación en el tiempo de la posición del menisco (Figura 3-6), la ventana de pos-procesamiento nos permite graficar por separado la velocidad de la columna de fluido, la aceleración de la columna de fluido, las energías cinética y potencial de la columna de fluido, la energía total de la columna de fluido, el número de *Reynolds*, el coeficiente de fricción de *Darcy-Weisback*, y el número de *Reynolds* y el coeficiente de fricción de *Darcy-Weisback*,s simultáneos (ver de la Figura 3-7 a la Figura 3-14).


En la Figura 3-13 y Figura 3-14, se puede observar cómo en los puntos donde la velocidad de la columna del fluido tiende a cero, el factor de fricción es igual a la unidad. Esto por el criterio utilizado para calcular el valor de  $f$  cuando el número de *Reynolds* calculado es menor de 64.

**Resultado\_Oscilacion**

Archivo Ayuda

 **UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN**

*Simulación del Movimiento Oscilatorio de un Fluido en una Tubería en U*  
**Tabla de Resultados**  
Caso: Con Fricción y Forzador Armónico ( $\omega_0 \neq \omega_f$ )

 **POSGRADO EN APROVECHAMIENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

**DATOS DE ENTRADA**

Fluido : Agua

Diámetro (D) : 0.02 (m)

Longitud columna de fluido (L) : 1.5 (m)

Coef. de viscosidad cinemática ( $\nu$ ) : 8.97e-007 (m<sup>2</sup>/s)

Densidad del fluido ( $\rho$ ) : 997.1 (Kg/m<sup>3</sup>)

Delta de presión ( $\Delta P$ ) : 10 (Pa)

Posición inicial ( $Z_0$ ) : 0.25 (m)

Velocidad inicial ( $V_0$ ) : 0 (m/s)

Tiempo de simulación en periodos de oscilación natural : 20

Paso de tiempo en periodos de oscilación natural : 0.005

Frecuencia del forzador ( $\omega_f$ ) : 7.23 (Hz)

Rugosidad de la tubería ( $e$ ) : 1.5e-006 (m)

**RESUMEN DE RESULTADO (Caso Oscilación Simple)**

$Z_{m\acute{a}x}^*$  : 0.25 (m)  $E_t^*$  : 0.191887 (J)

$V_{m\acute{a}x}^*$  : 0.90375 (m/s)  $A^*$  : 0.25 (m)

$a_{m\acute{a}x}^*$  : 3.26706 (m/s<sup>2</sup>)  $\phi^*$  : 1.5708 (rad)

$Ec_{m\acute{a}x}^*$  : 0.191887 (J)  $T_0^*$  : 1.73819 (s)

$Ep_{m\acute{a}x}^*$  : 0.191865 (J)  $\omega_0^*$  : 3.615 (Hz)

**RESUMEN DE RESULTADO (Caso en Estudio)**

$Z_{m\acute{a}x}$  : 0.25 (m)  $A$  : (m)

$V_{m\acute{a}x}$  : 0.817774 (m/s)  $\phi$  : (rad)

$a_{m\acute{a}x}$  : 3.26706 (m/s<sup>2</sup>)  $T_0$  : 1.73819 (s)

$Ec_{m\acute{a}x}$  : 0.157114 (J)  $\omega_0$  : 3.615 (Hz)

$Ep_{m\acute{a}x}$  : 0.191865 (J)  $Re_{m\acute{a}x}$  : 18233.5

$Et_{m\acute{a}x}$  : 0.191865 (J) Régimen: Laminar/Turbulento

**VARIABLES (Series de Tiempo)**

	t(s)	Z(m)	V(m/s)	a(m/s <sup>2</sup> )	Ec(J)	Ep(J)	Et(J)
1	0	0.2500	0	-3.2671	0	0.1919	0.
2	0.0090	0.2499	-0.0294	-3.2634	2.0289e-04	0.1917	0.
3	0.0180	0.2495	-0.0587	-3.2564	8.1030e-04	0.1911	0.
4	0.0270	0.2488	-0.0880	-3.2459	0.0018	0.1900	0.
5	0.0360	0.2479	-0.1171	-3.2319	0.0032	0.1886	0.
6	0.0450	0.2467	-0.1461	-3.2008	0.0050	0.1868	0.
7	0.0540	0.2453	-0.1748	-3.1739	0.0072	0.1847	0.
8	0.0630	0.2436	-0.2032	-3.1428	0.0097	0.1821	0.

\* Son datos que corresponden al caso de oscilación simple.

**GRAFICAR RESULTADOS**

☒ Z, V, a, Ec, y Ep

☐ Posición del menisco

☐ Velocidad de la columna de fluido

☐ Aceleración de la columna de fluido

☐ Energía Cinética de la columna de fluido

☐ Energía Potencial de la columna de fluido

☐ Energía Total de la columna de fluido

☐ Reynolds

☐ Coef. de Fricción de Darcy-Weisback

☐ Reynolds y Coef. de Fricción de Darcy-Weisback

**Intervalo de la Variable**

☒ Todo el Tiempo Simulado

☐ Por Intervalo

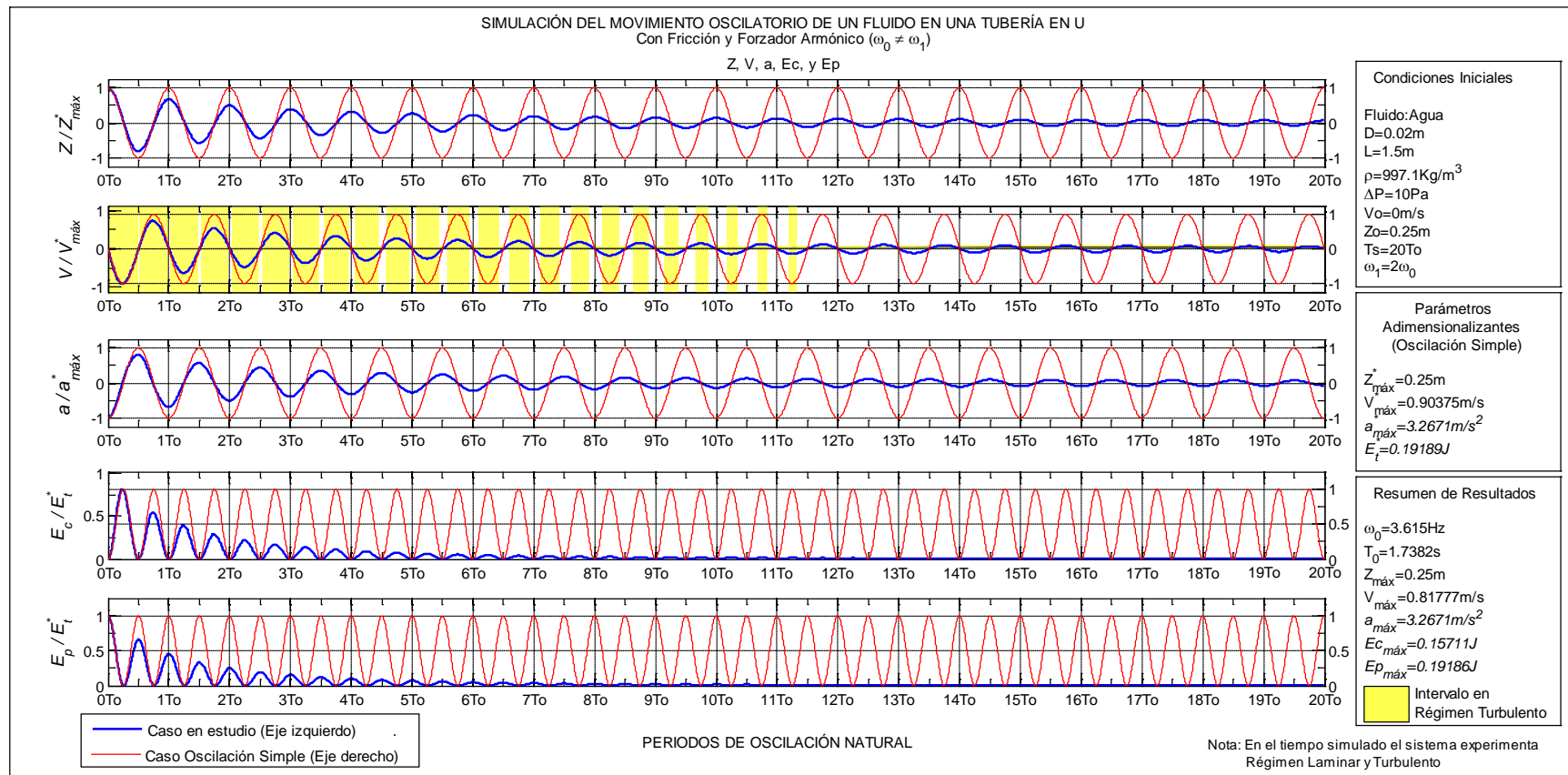
Tiempo Inicial : 0To

Tiempo Final : 0To

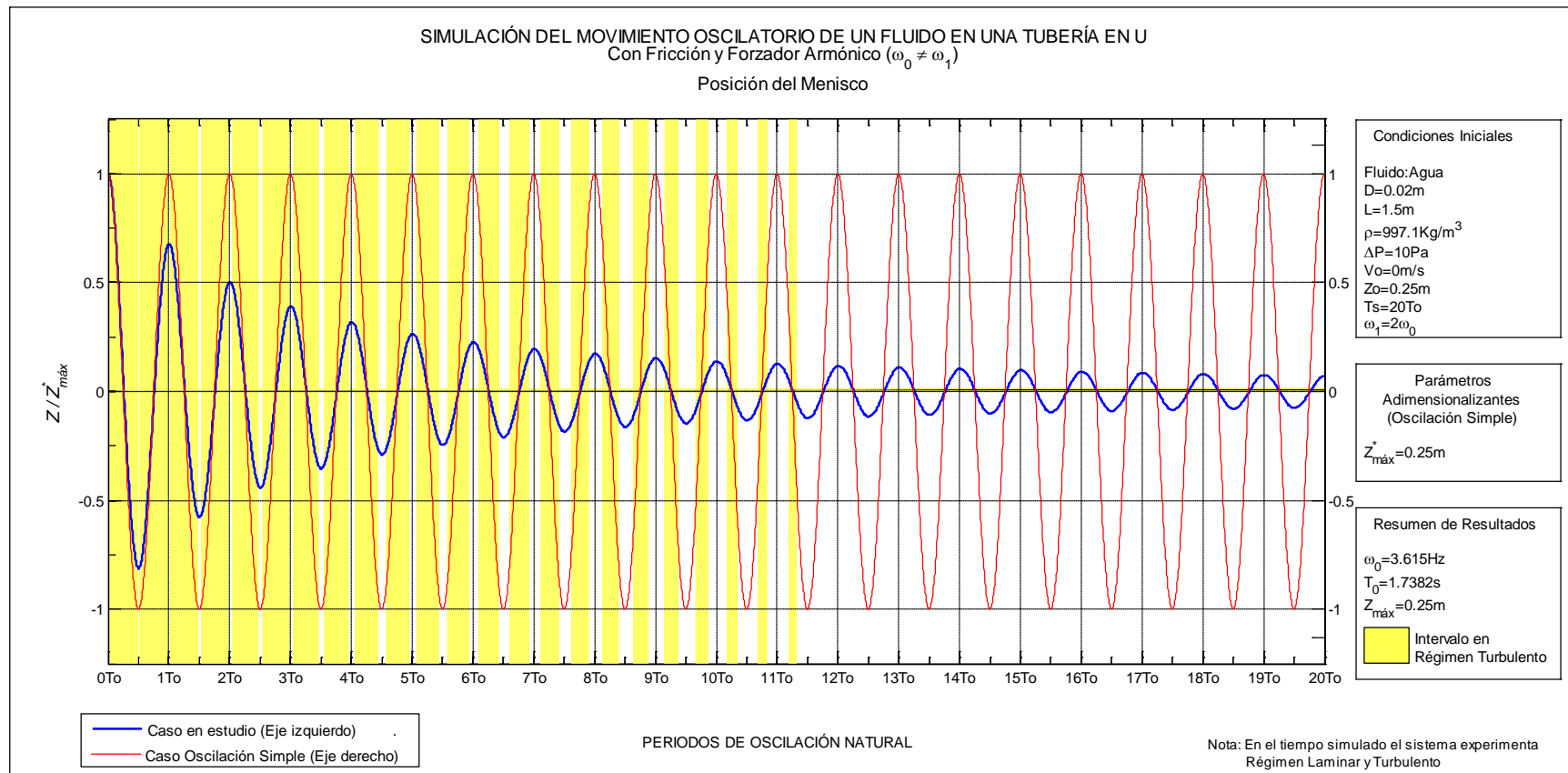
**GRAFICAR**

**LIMPIAR** **SALIR**

**Figura 3-4:** Ventana pos-procesador para flujos transitorios en tuberías en U.

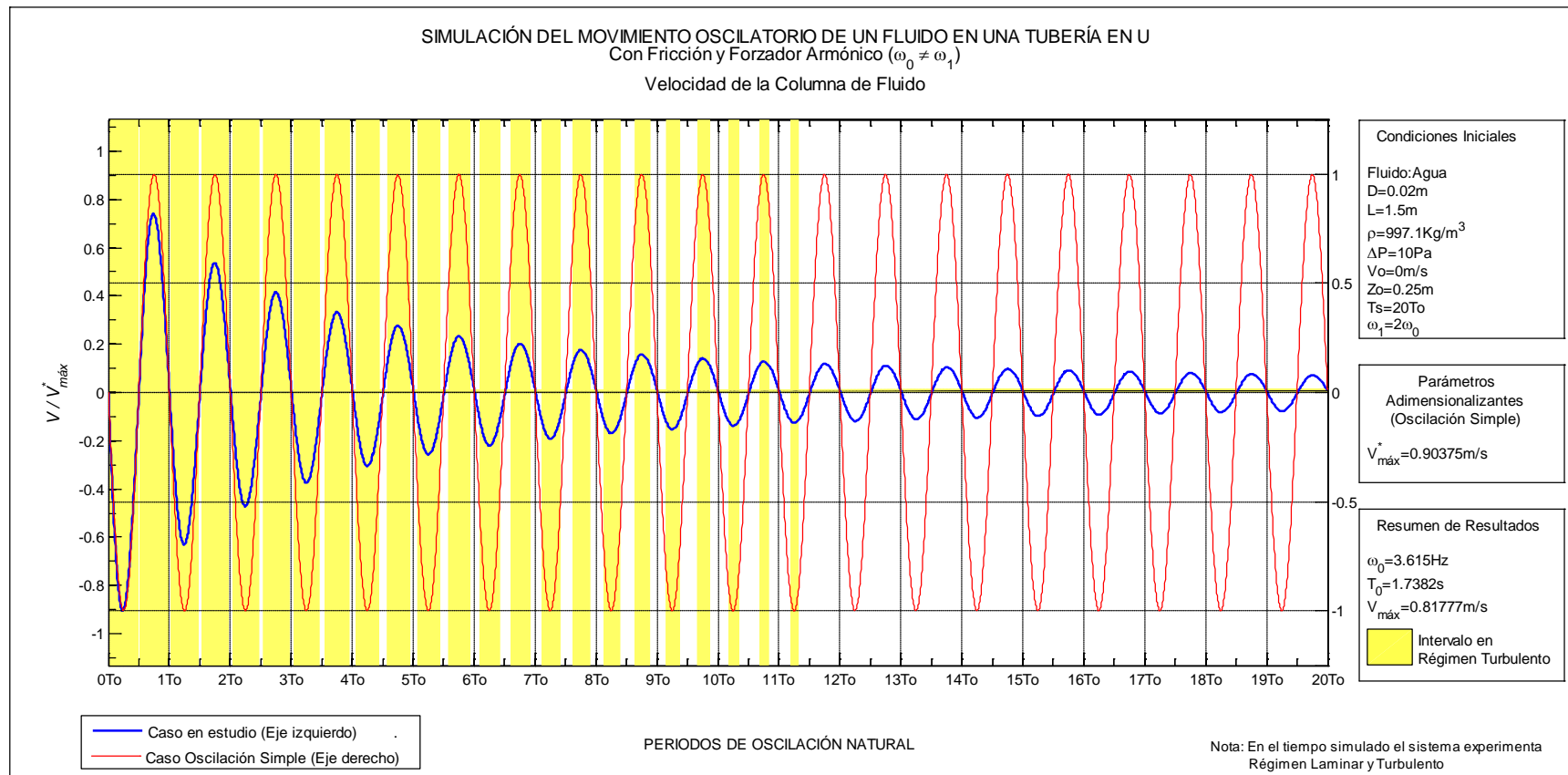


**Figura 3-5:** Resultados de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de las variables adimensionales en el tiempo

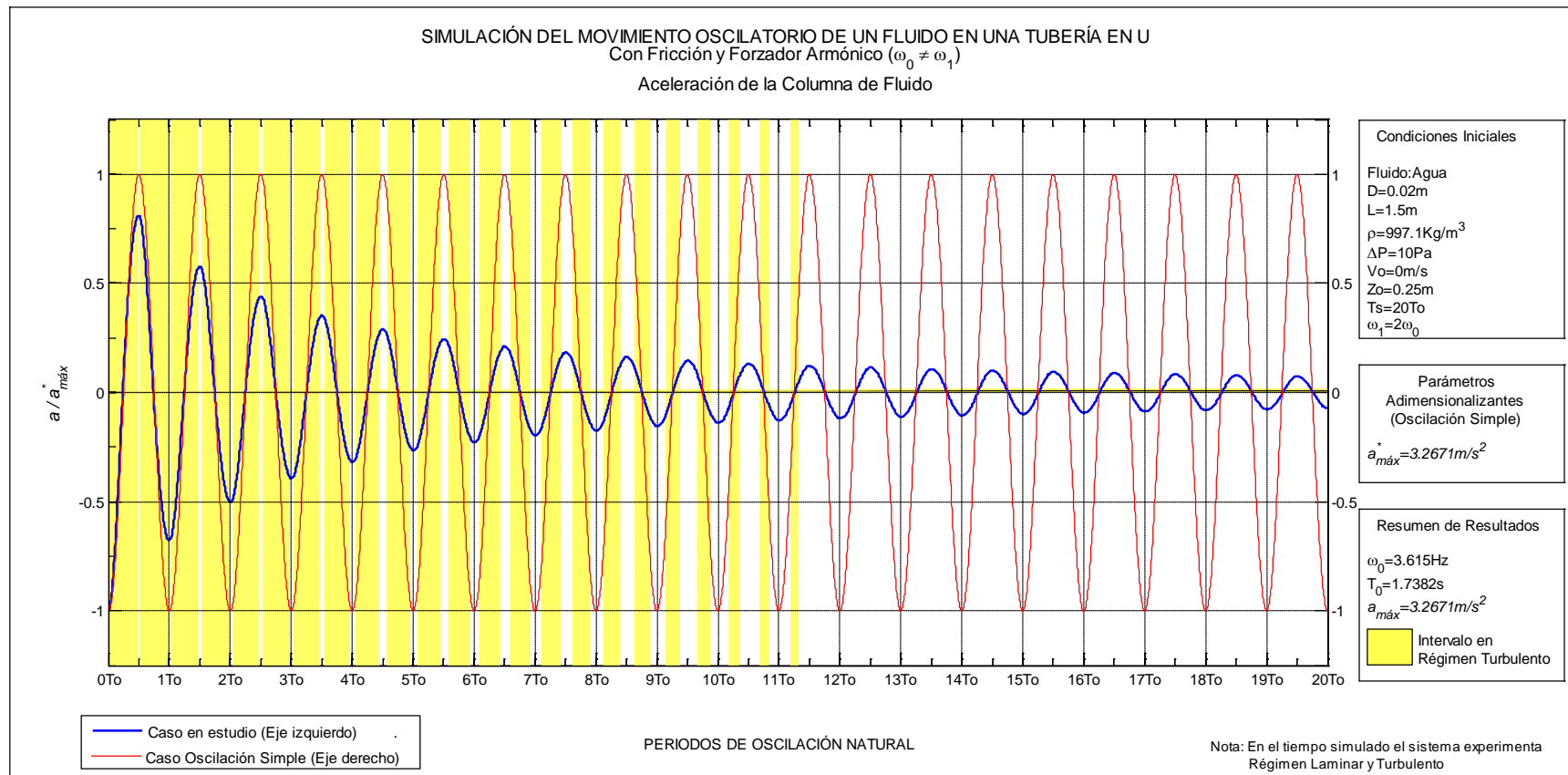


**Figura 3-6:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $Z/Z_{\text{máx}}^*$  en el tiempo

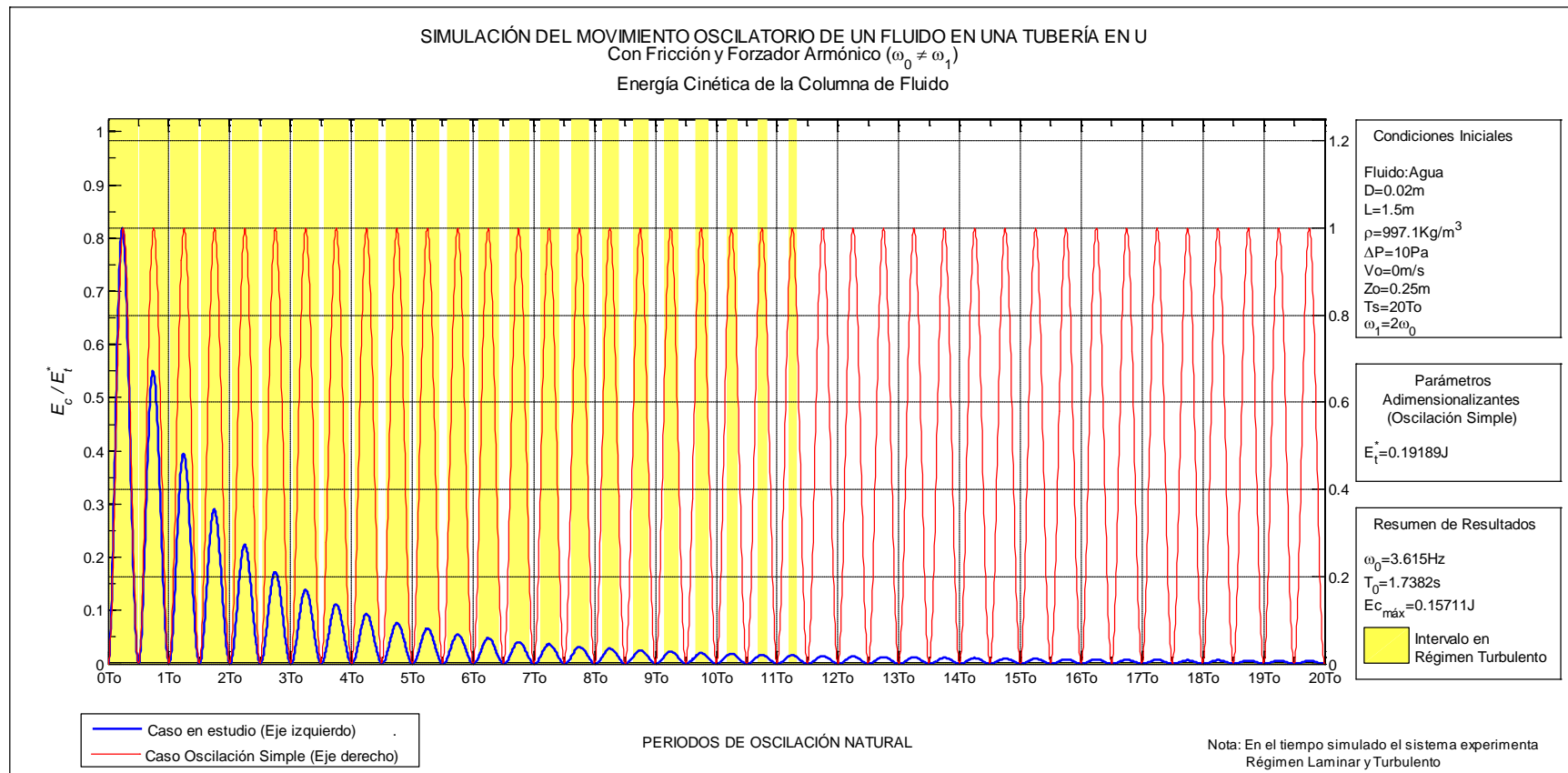




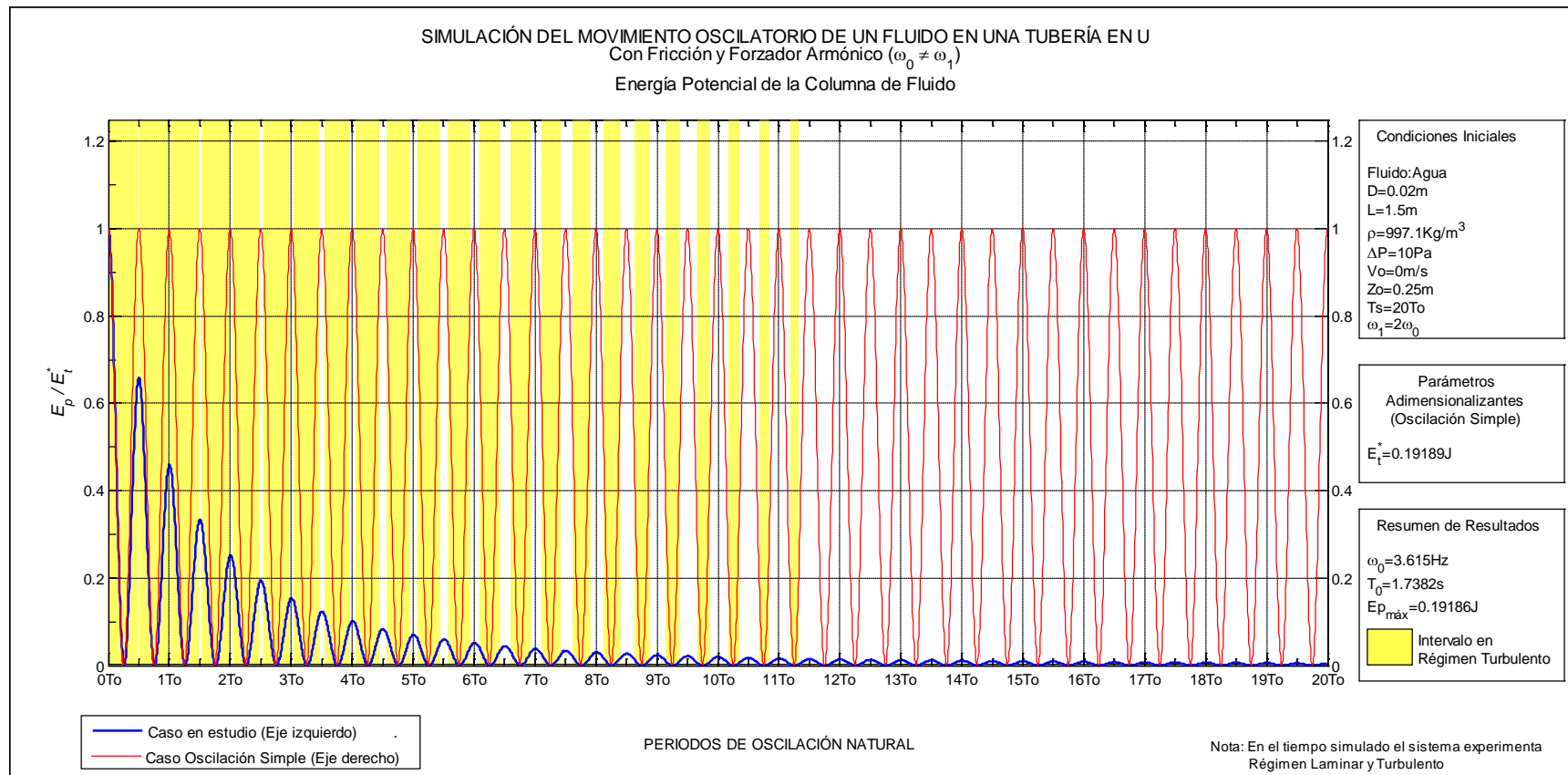
**Figura 3-7:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $V/V_{\text{máx}}^*$  en el tiempo



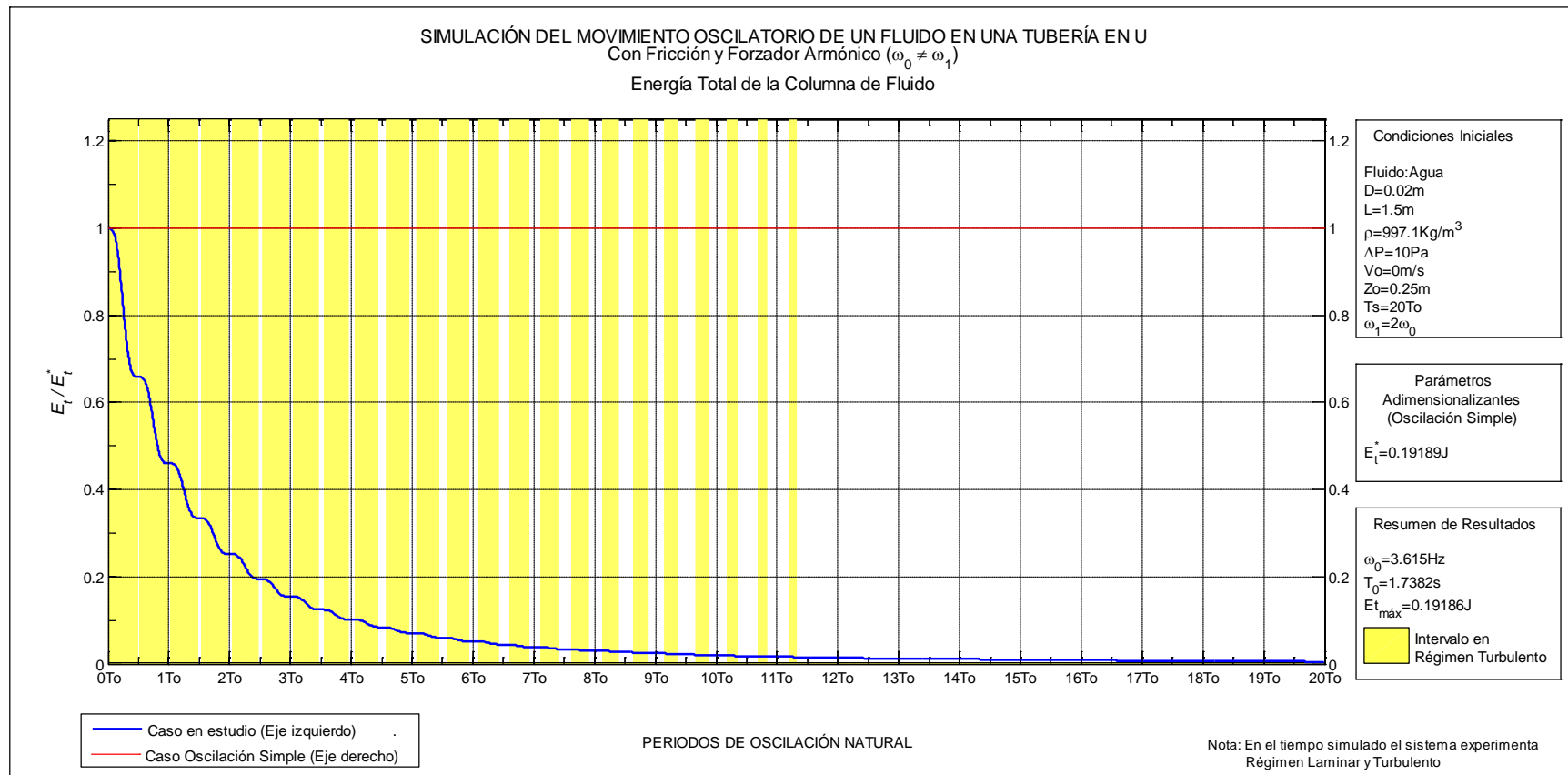
**Figura 3-8:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $a/a_{\text{máx}}^*$  en el tiempo



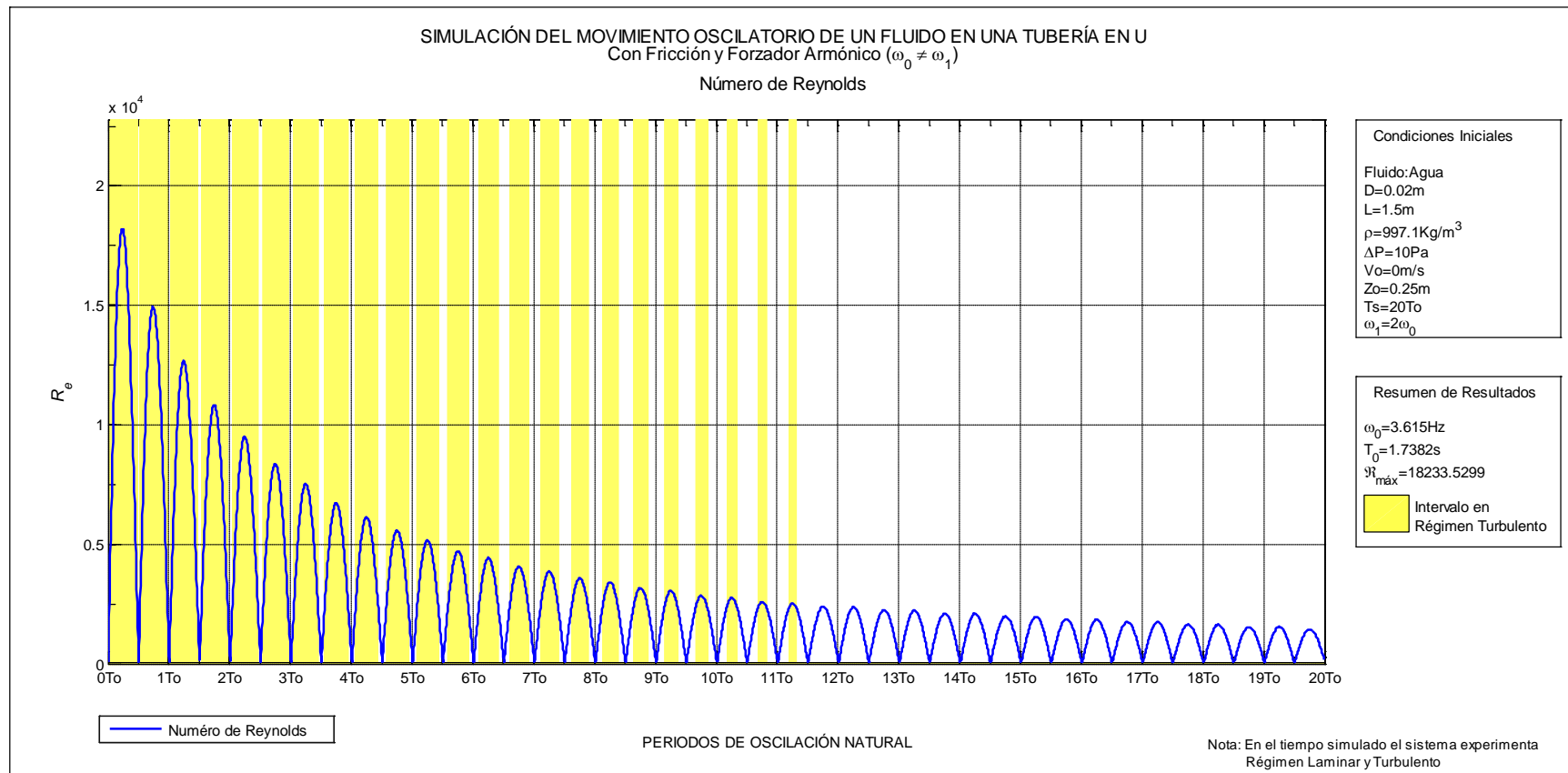
**Figura 3-9:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $E_c/E_t^*$  en el tiempo



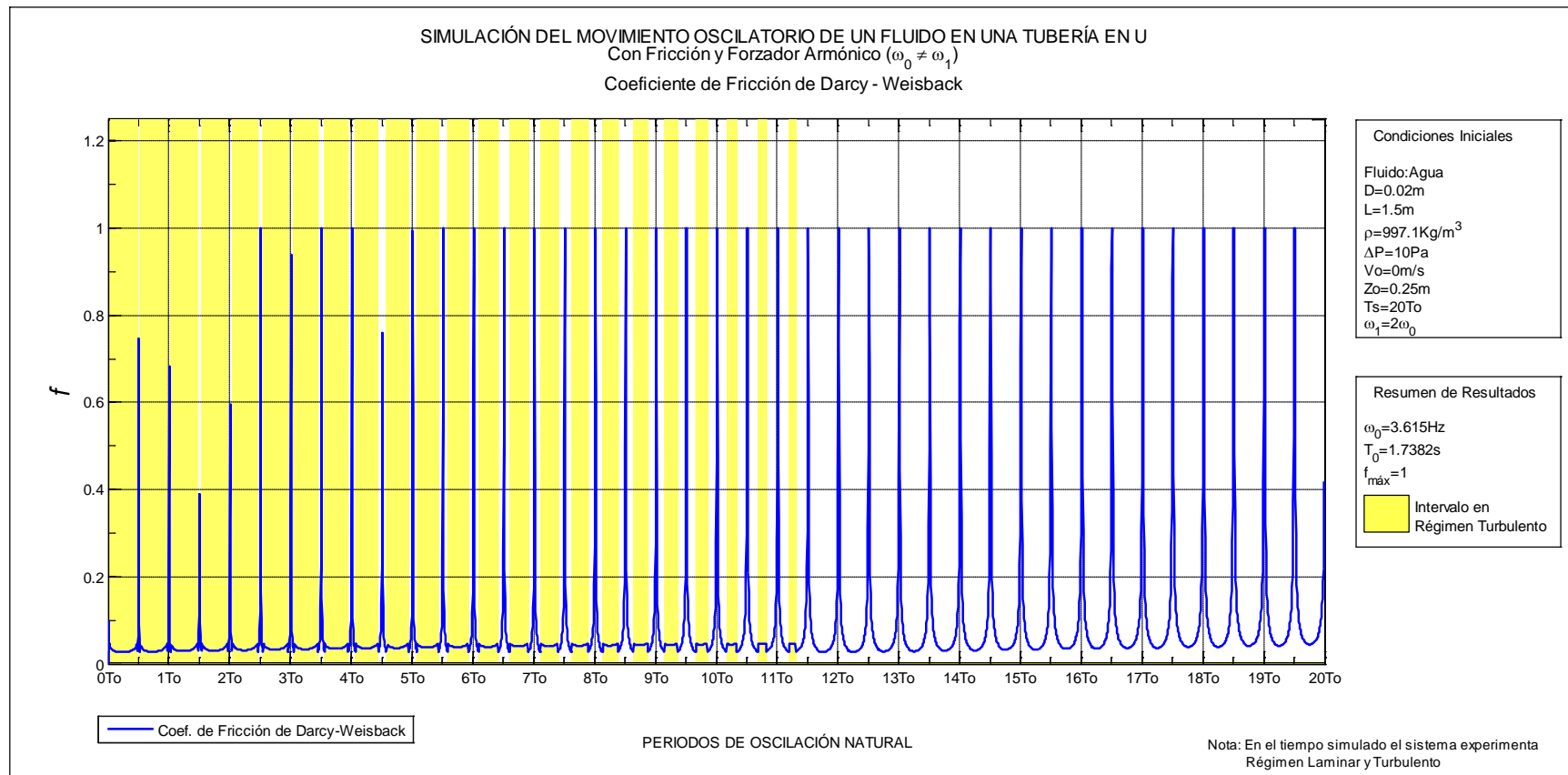
**Figura 3-10:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $E_p/E_t^*$  en el tiempo



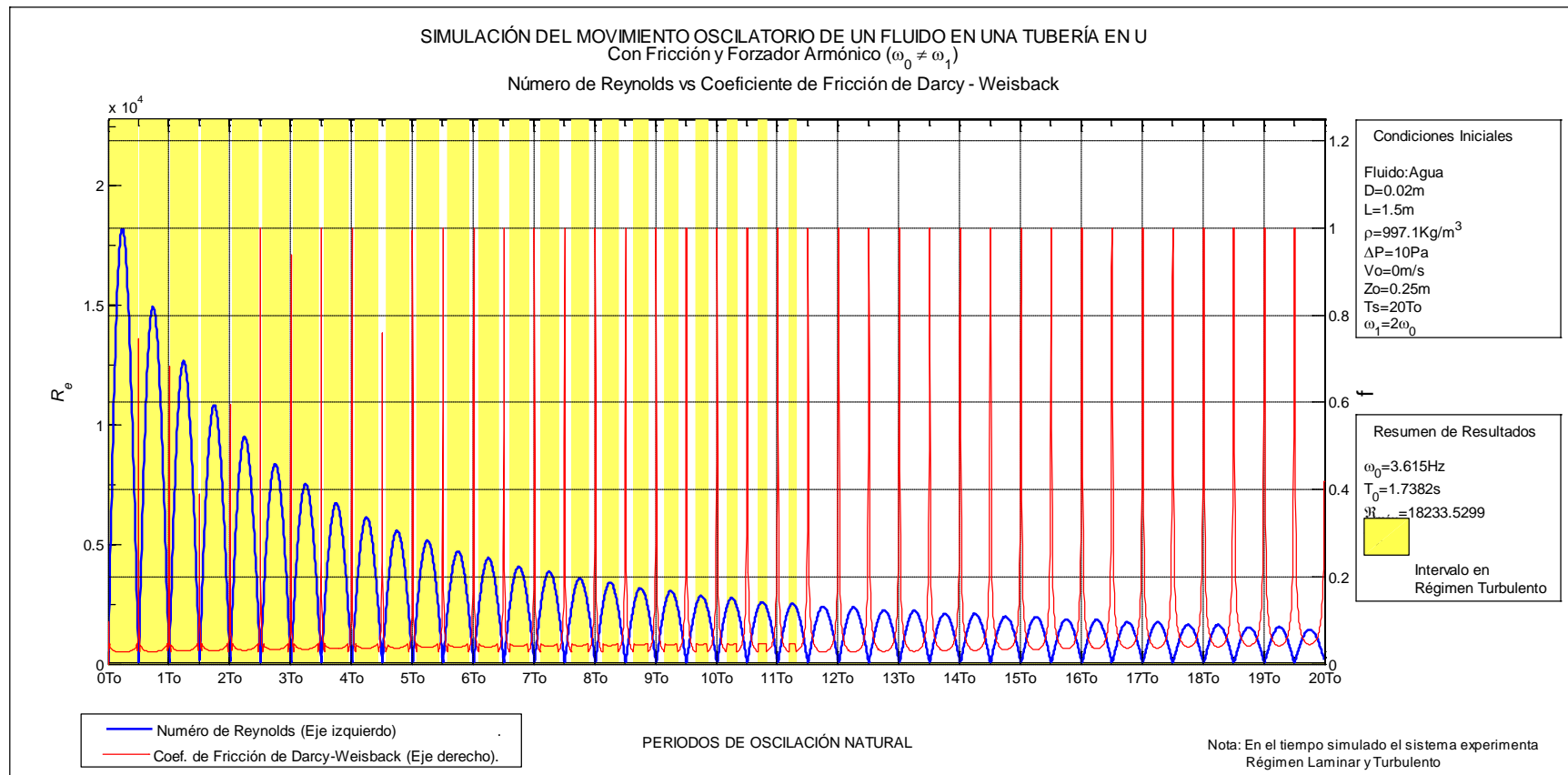
**Figura 3-11:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $E_t/E_t^*$  en el tiempo



**Figura 3-12:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $R_e$  en el tiempo



**Figura 3-13:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $f$  en el tiempo



**Figura 3-14:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U: variación de  $R_e$  y  $f$  en el tiempo




En la Figura 3-15 se muestra la ventana del pos-procesador para el análisis experimental de los flujos transitorios en tuberías en U. Básicamente, en la figura se puede observar la información de los parámetros de entrada y los estadísticos calculados a cada uno de los modelos seleccionados en la ventana de pre-procesamiento. La ventana de pos-procesamiento, también nos permite seleccionar de un menú cuatro tipos de graficas diferentes, teniendo la opción de graficar todo el tiempo de simulación o graficar por intervalos de tiempo, para la posición del menisco, la velocidad de la columna de fluido y la aceleración de la columna de fluido. En las gráficas de la posición del menisco, la velocidad de la columna de fluido y la aceleración de la columna de fluido, se comparan los datos experimentales (obtenidos del procesamiento de las imágenes) con los datos simulados en los modelos seleccionados en la ventana de pre-procesamiento (ver Figura 3-16 a Figura 3-18). Obsérvese en la Figura 3-18 cómo la curva de la aceleración medida muestra unas oscilaciones espúreas, producto de la discretización numérica utilizada en el cálculo de dicha variable.

Otra gráfica que podemos obtener de la ventana de pos-procesamiento, es la del espectro de frecuencias calculado a los datos de la posición del menisco experimental (ver Figura 3-19).


Análisis Experimental\_Oscilaciones

Archivo Ayuda



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE COLOMBIA  
SEDE MEDELLÍN

### Análisis Experimental: Simulación del Movimiento Oscilatorio de un Fluido en una Tubería en U



POSGRADO EN APROVECHAMIENTO DE RECURSOS HÍDRICOS

#### DATOS DE ENTRADA

Fluido :  To  (s)  
 Diámetro (D) :  (m) W<sub>0</sub>  (Hz)  
 Longitud columna de fluido (L) :  (m) F.V.   
 Coef. de viscosidad cinemática (ν) :  (m<sup>2</sup>/s)  
 Densidad del fluido (ρ) :  (Kg/m<sup>3</sup>)  
 Delta de presión (ΔP) :  (Pa)  
 Posición inicial (Z<sub>0</sub>) :  (m)  
 Velocidad inicial (V<sub>0</sub>) :  (m/s)  
 Tiempo de simulación en periodos de oscilación natural :   
 Paso de tiempo (dt) :  (s)  
 Rugosidad de la tubería (e) :  (m)

#### GRAFICAR RESULTADOS

☐ Posición del menisco  
☒ Velocidad de la columna de fluido  
☐ Aceleración de la columna de fluido  
☐ Espectro de frecuencias

**Graficar**

##### Intervalo de la Variable

☒ Todo el Tiempo Simulado  
☐ Por Intervalo

Tiempo Inicial :   
 Tiempo Final :

#### Análisis Espectral

T\*o  (s)  
 W\*o  (Hz)  
\* Calculado del procesamiento de las imágenes

#### ESTADÍSTICOS

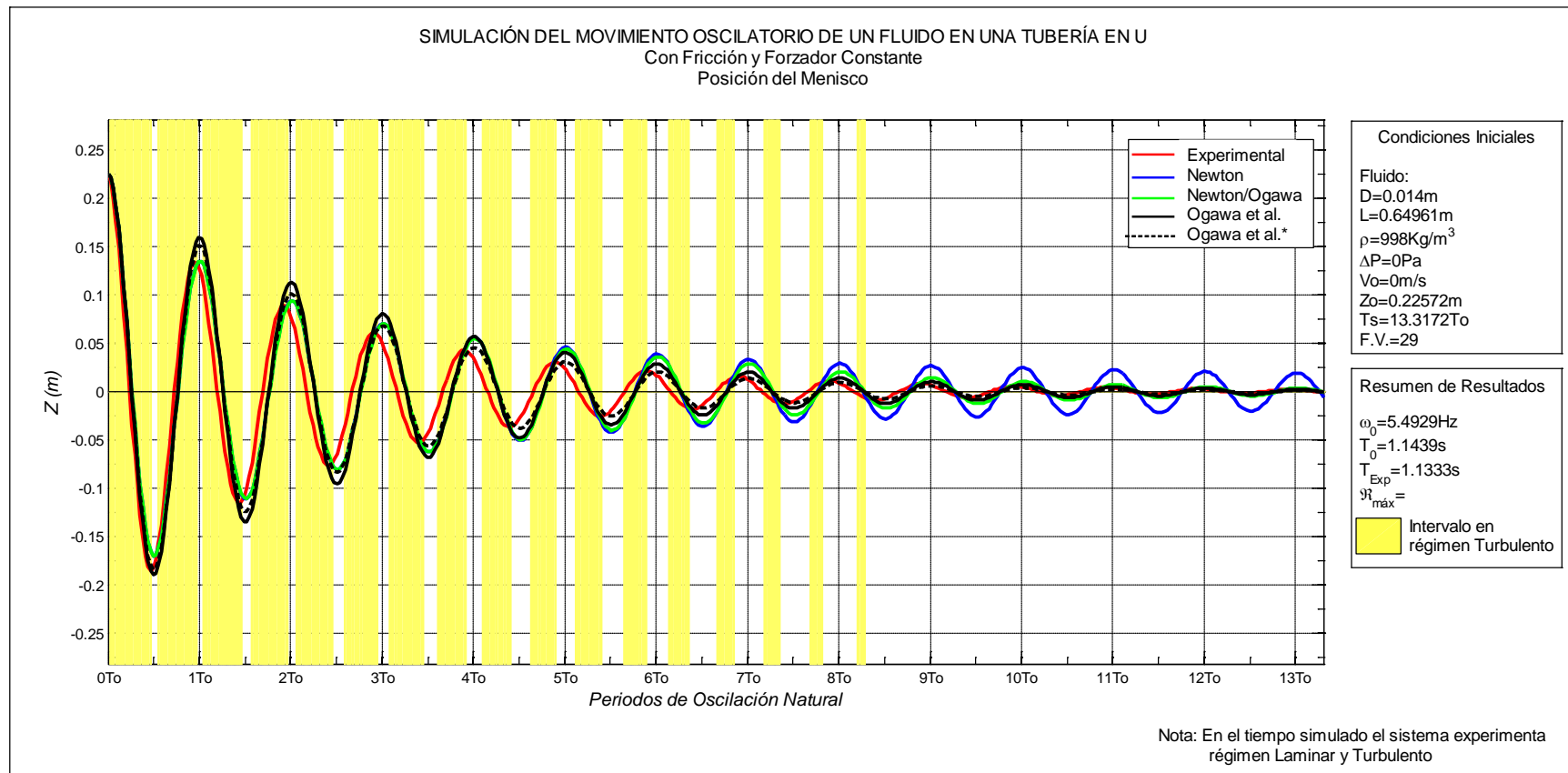
	Mean_Exp.(mm)	Mean_Sim.(mm)	S_Exp.(mm)	S_Sim.(mm)	N	a(mm)	b	MAE(mm)	MSE(mm^2)	MSEs(mm^2)	MSEu(mm^2)	RMSE(m)
Newton	-0.1058	0.9527	46.2559	50.2141	458	1.0560	0.9767	18.5411	481.4515	0.5893	479.1758	21.9
Newton / Ogawa et. al.	-0.1058	0.7843	46.2559	48.9423	458	0.8860	0.9614	15.1842	420.6571	3.9681	416.6890	20.5
Ogawa et. al.	-0.1058	0.5666	46.2559	53.7062	458	0.6804	1.0755	13.8648	421.2114	12.6203	408.5911	20.5
Ogawa et. al.*	-0.1058	0.5997	46.2559	50.0420	458	0.7061	1.0066	12.1166	336.3187	0	335.7294	18.3

\* Corresponde al modelo de Ogawa et. al. con el factor de velocidad modificado.

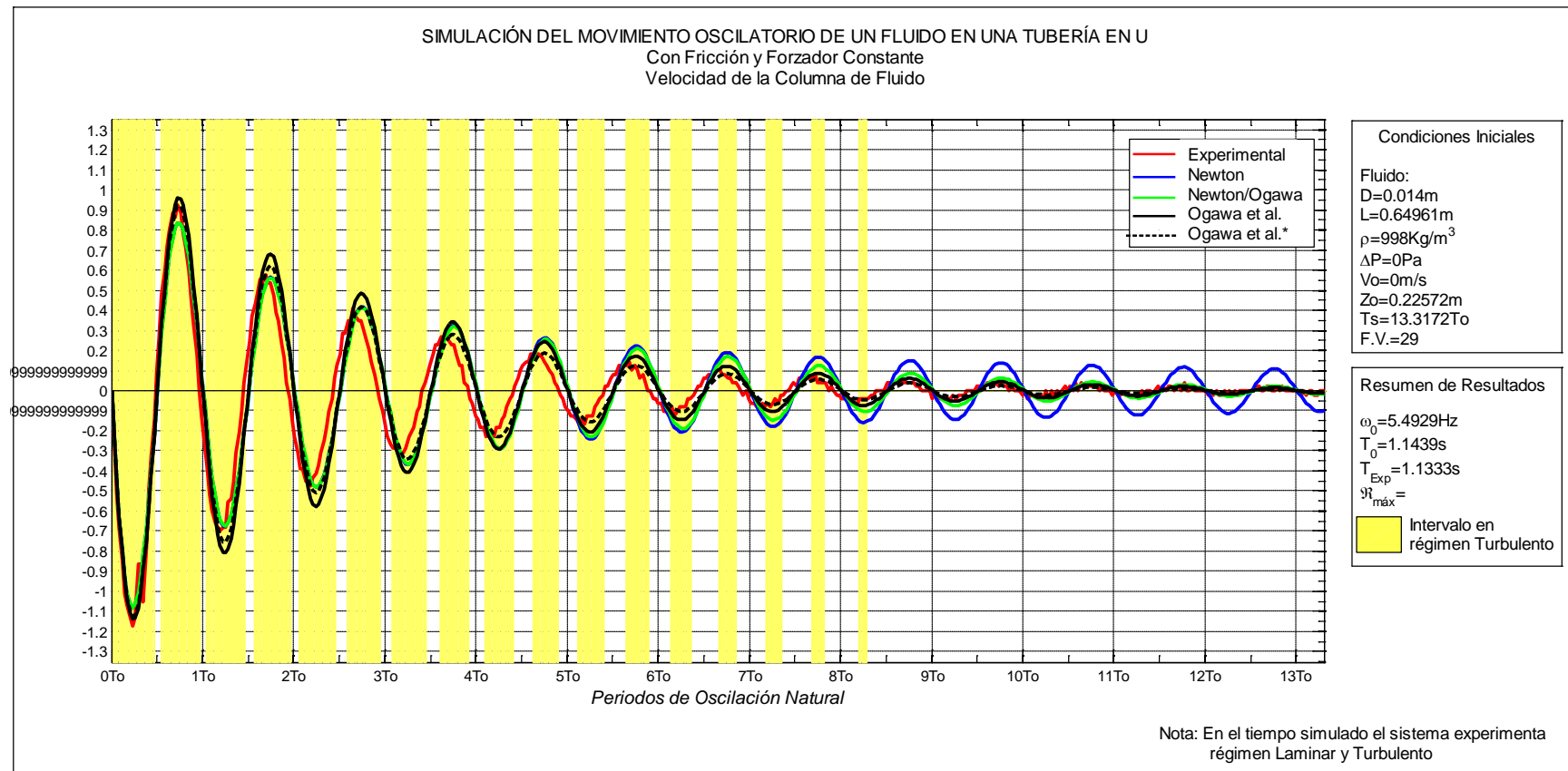
**LIMPIAR**

**SALIR**

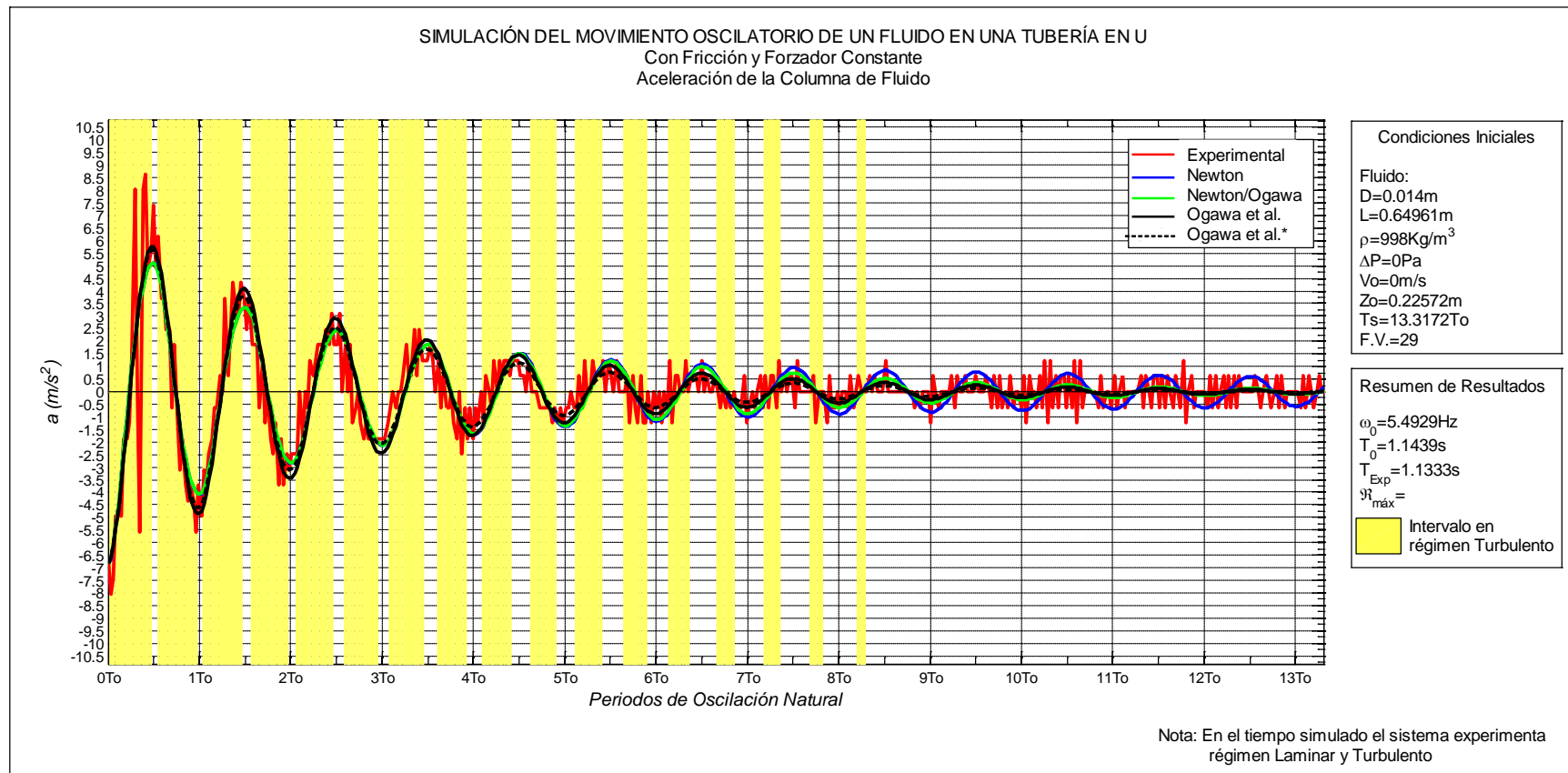
**Figura 3-15:** Ventana pos-procesador para análisis experimental de flujos transitorios en tuberías en U.



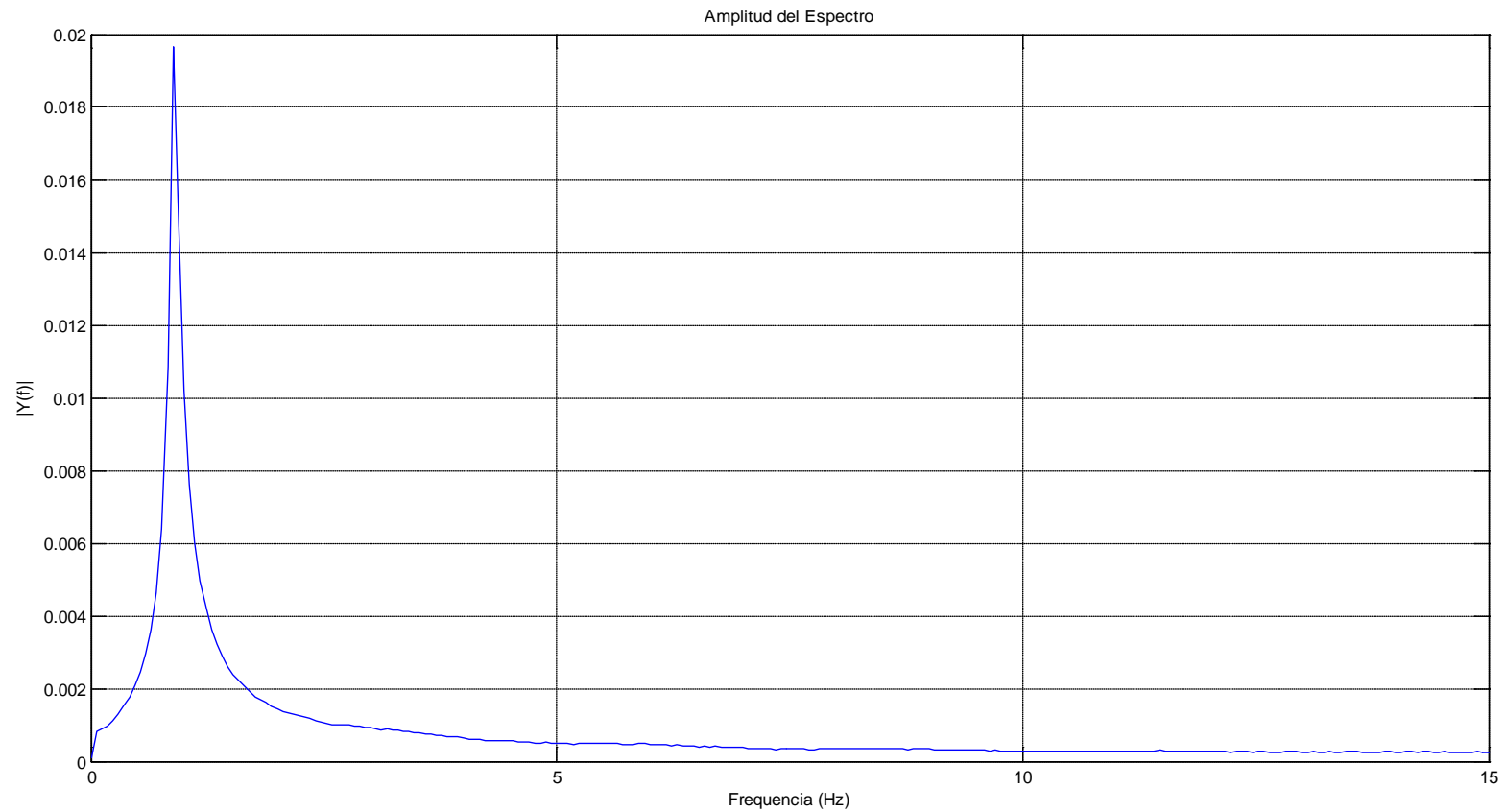
**Figura 3-16:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de  $Z$  en el tiempo



**Figura 3-17:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de  $V$  en el tiempo



**Figura 3-18:** Resultado de la simulación de la oscilación amortiguada de un fluido en una tubería en U vs datos experimentales: variación de  $a$  en el tiempo



**Figura 3-19:** Espectro de frecuencias de los datos de posición del menisco obtenidos experimentalmente.

## 3.2 Módulo flujos potenciales

### 3.2.1 Módulo pre-procesador

En este módulo el estudiante selecciona el caso que desee estudiar, ya sea un flujo potencial simple ó un flujo potencial superpuesto. De acuerdo con el caso seleccionado se activaran las ventanas de los parámetros geométricos y de flujo requeridos para calcular el caso seleccionado. Los parámetros geométricos que se deben ingresar son: el diámetro del obstáculo (para el caso de flujo alrededor de un cilindro) y la separación del origen a la fuente/sumidero (en caso del flujo tipo Ovalo de Rankine). Los parámetros de flujo que se deben ingresar, dependiendo el caso seleccionado, son: velocidad en el infinito ( $U_o$ ), presión en el infinito ( $P_o$ ), intensidad de la fuente/sumidero ( $\Gamma$ ) y la densidad del fluido ( $\rho$ ). El software, por defecto, fija el número de líneas de corriente y equipotenciales a calcular, siguiendo como criterio que la gráfica de los resultados se vieran en forma clara y con suficiente información para interpretar los resultados. En la Figura 3-20 se muestra la ventana del pre-procesador para el módulo de flujos potenciales.

**Flujo\_Potencial**

Archivo Ver Ayuda

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN**

**POSGRADO EN APROVECHAMIENTO DE RECURSOS HIDRÁULICOS**

**Simulación de Flujo Potencial 2D**

**SELECCIONE TIPO DE FLUJO**

**Flujos Potenciales Simples**

- ☐ Flujo Uniforme
- ☐ Fuente / Sumidero
- ☐ Vórtice Irrotacional
- ☐ Doblete

**Flujos Potenciales Superpuestos**

- ☒ Flujo Alrededor de un Cilindro
- ☐ Half Body
- ☐ Ovalo de Rankine

**PARÁMETROS GEOMÉTRICOS**

Diámetro:  (cm)

Separación Origen a Sumidero ( $a$ ):  (cm)

Semieje mayor ( $L$ ):  (cm)

Semieje menor ( $h$ ):  (cm)

**LÍNEAS DE CORRIENTE Y EQUIPOTENCIAL A CALCULAR**

Líneas de Corriente:

Líneas Equipotenciales:

**PARÁMETROS DEL FLUJO**

$U_0$ :  (cm/s)

$P_0$ :  (gr/cm.s<sup>2</sup>)

$\Gamma$ :  (cm<sup>2</sup>/s)

$\rho$ :  (gr/cm<sup>3</sup>)

PROCESAR LIMPIAR SALIR

**Figura 3-20:** Ventana pre-procesador para flujos potenciales.



### 3.2.2 Módulo procesador

En este módulo, el software calcula la solución de la función de corriente y equipotencial del caso de flujo potencial previamente seleccionado. Además, calcula las coordenadas  $x$  e  $y$  de las líneas de corriente y equipotencial, el campo de velocidades en las intersecciones de las líneas de corriente con equipotencial, las componentes de la velocidad  $x$  e  $y$  a través de las líneas de corriente, y el coeficiente de presión través de las líneas de corriente.

### 3.2.3 Módulo pos-procesador

En este módulo el estudiante podrá visualizar los resultados obtenidos en forma numérica o gráfica. Se pueden obtener gráficas de las líneas de corriente y equipotenciales, del campo de velocidades en los puntos de intersección de las líneas de corriente con las líneas equipotenciales, la componente de la velocidad en  $x$  e  $y$  a lo largo de las líneas de corriente, y el coeficiente de presión a lo largo de las líneas de corriente.

En la Figura 3-21 se muestra la ventana del pos-procesador en la cual se pueden ver los resultados, en forma numérica, de los flujos potenciales, presentando diversa información, tanto de los parámetros de entrada al modelo como un resumen de los resultados calculados, dentro de los cuales están la magnitud de las líneas de corriente y equipotenciales, la velocidad máxima y la presión máxima del caso en estudio. En el caso específico del *Half Body*, se muestra el valor de la línea de corriente de estancamiento y la posición medida desde el origen a la cual se encuentra el punto de estancamiento. Adicionalmente, se pueden seleccionar, de un menú, siete tipos de gráficas diferentes.

A manera de ejemplo, de la Figura 3-22 a la Figura 3-27 se muestran los resultados de simular el flujo potencial alrededor de un cilindro.

En la Figura 3-22 se pueden observar las líneas de corriente. Obsérvese que para el caso del flujo potencial alrededor de un cilindro las líneas de corriente son simétricas con respecto al eje vertical y horizontal. Con el fin de facilitar la interpretación y el análisis del resultado, en la parte derecha de las gráficas aparecen los datos de entrada para el cálculo del caso específico y la información de la magnitud de las líneas de corriente. Además, aparece el símbolo de las líneas de corriente ( $\Psi_n$ ), el cual nos indica a cual línea de corriente corresponde cada línea graficada.

En la Figura 3-23 se pueden observar las líneas equipotenciales. Obsérvese que para el caso del flujo potencial alrededor de un

cilindro las líneas equipotenciales son simétricas con respecto al eje vertical y al horizontal. Al igual que en la gráfica de las líneas de corriente, para facilitar la interpretación y el análisis de resultado, en la parte derecha de las gráficas de las líneas equipotenciales aparecen los datos de entrada para el cálculo del caso específico y la información de la magnitud de las líneas equipotenciales. Además, aparece el símbolo de las líneas equipotenciales ( $\Phi_n$ ), el cual nos indica a cual línea equipotencial, corresponde cada línea graficada.

En la Figura 3-24 se puede observar que también es posible graficar las líneas de corriente conjuntamente con las líneas equipotenciales, gráfica que contiene en la parte derecha la información correspondiente a ambas líneas para su mejor interpretación y análisis. Se puede observar que las líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de corriente.

En la Figura 3-25 se puede observar el campo de velocidades en los puntos de intersección de las líneas de corriente con las líneas equipotenciales.

En la Figura 3-26 se puede observar el perfil de la componente de la velocidad ( $V_x$ ) a lo largo de las líneas de corriente que están por encima del eje x. Se puede observar que  $V_x$  es simétrica con respecto al eje y. También, se observa cómo  $V_x$  en la línea de corriente  $\psi_0$  parte de  $U_0$  y va disminuyendo hasta llegar al cero en el punto de estancamiento, luego va aumentando hasta llegar a su máximo en el contorno superior del cilindro, y de allí en adelante disminuye la magnitud hasta llegar a cero en el punto de estancamiento aguas abajo del cilindro. De allí en adelante aumenta hasta tender a tomar el valor de  $U_0$  en el infinito.

En la Figura 3-27 se puede observar el perfil del coeficiente de presión a través de las líneas de corriente que están por encima del eje x. Se puede observar que la presión es simétrica con respecto al eje y, y cómo la presión es máxima en el punto de estancamiento y en el borde superior del cilindro.

Resultado\_Potencial

Archivo Ayuda

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN

**Simulación del Flujo Potencial 2D**  
**Tablas de Resultado**

POSGRADO EN APROVECHAMIENTO DE RECURSOS HIDRÁULICOS

---

**DATOS DE ENTRADA**

Tipo de flujo:

**Parámetros del Flujo**

$U_0$  :  (cm/s)

$P_0$  :  (gr/cm.s<sup>2</sup>)

$\Gamma$  :  (cm<sup>2</sup>/s)

**Parámetros Geométricos**

Diámetro  (cm)

Separación Origen a Sumidero ( $a$ ) :  (cm)

Semieje Mayor  (cm)

Semieje Menor  (cm)

**Información Líneas de Corriente y Equipotencial**

Número de Líneas de Corriente  Número de Líneas Equipotencial

---

**GRAFICAR RESULTADOS**

☐ Líneas de Corriente ☐ Velocidad a través de las Líneas de Corriente ( $V_x$ )

☐ Líneas Equipotenciales ☐ Velocidad a través de las Líneas de Corriente ( $V_y$ )

☐ Líneas de Corriente y Equipotencial ☐ Coef. de Presión a través de las Líneas de Corriente

☐ Vector Velocidad

---

**RESUMEN DE PARÁMETROS CALCULADOS**

$U_{máx.}$  :  (cm/s)  $P_{máx.}$  :  (gr/cm.s<sup>2</sup>)

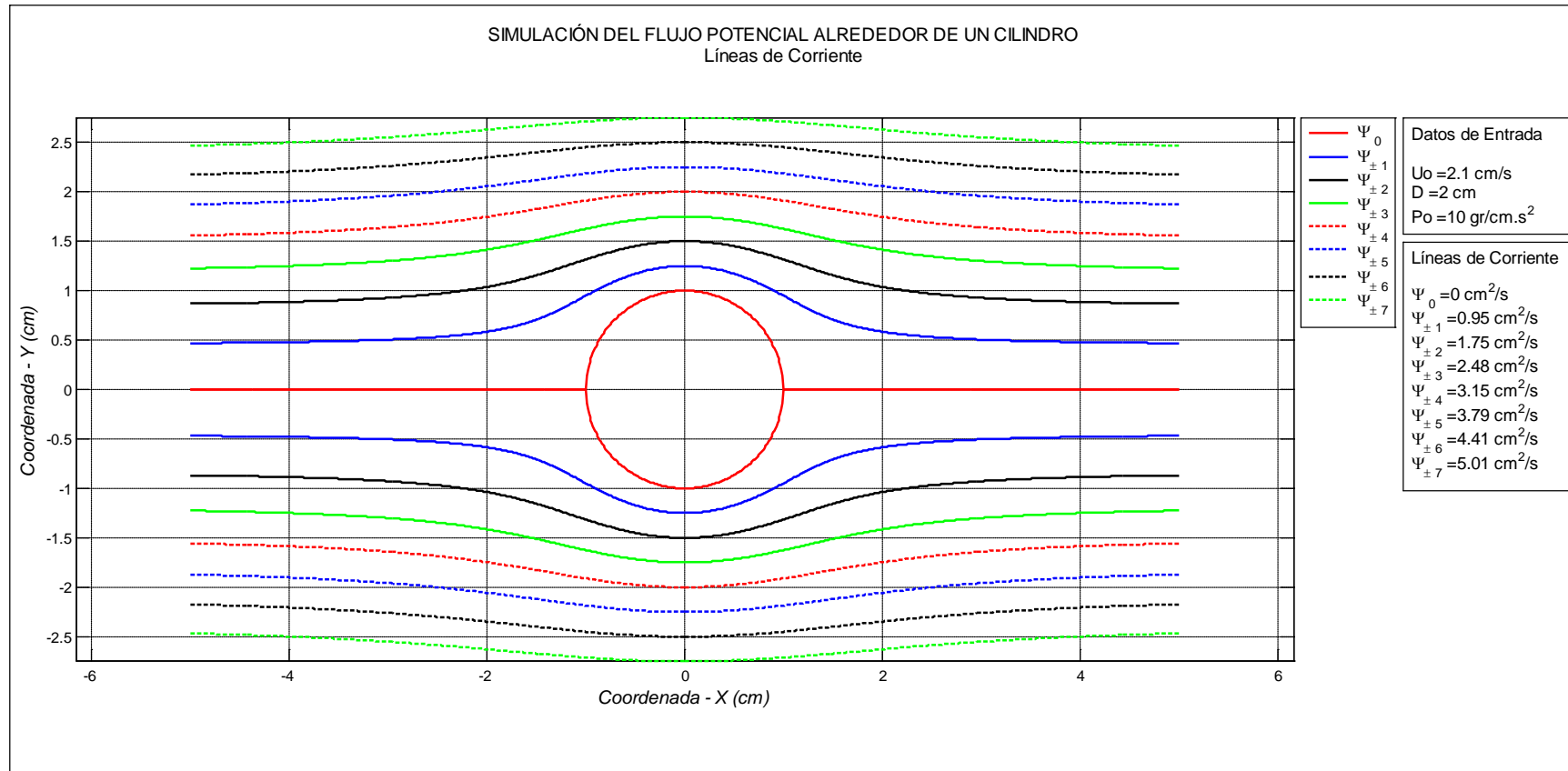
**Líneas de Corriente**

$\Psi_0$ : <input type="text" value="0"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Psi_{\pm 4}$ : <input type="text" value="3.15"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Psi_{\pm 1}$ : <input type="text" value="0.95"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Psi_{\pm 5}$ : <input type="text" value="3.79"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Psi_{\pm 2}$ : <input type="text" value="1.75"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Psi_{\pm 6}$ : <input type="text" value="4.41"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Psi_{\pm 3}$ : <input type="text" value="2.48"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Psi_{\pm 7}$ : <input type="text" value="5.01"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Psi_{estancamiento}$ : <input type="text"/> (cm <sup>2</sup> /s)	
$R_s$ : <input type="text"/> (cm)	

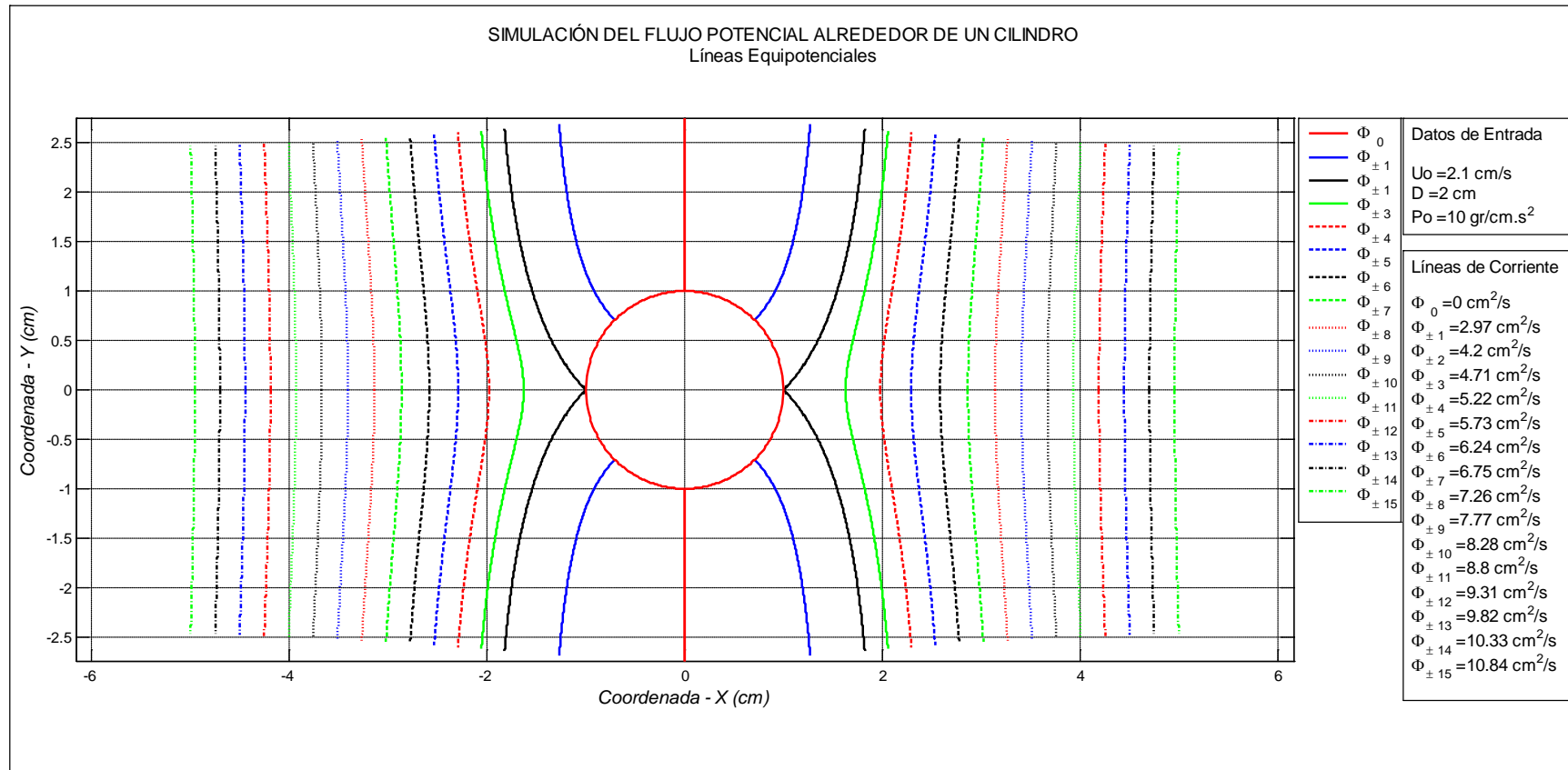
**Líneas Equipotenciales**

$\Phi_0$ : <input type="text" value="0"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 8}$ : <input type="text" value="7.26"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 1}$ : <input type="text" value="2.97"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 9}$ : <input type="text" value="7.77"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 2}$ : <input type="text" value="4.2"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 10}$ : <input type="text" value="8.28"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 3}$ : <input type="text" value="4.71"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 11}$ : <input type="text" value="8.8"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 4}$ : <input type="text" value="5.22"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 12}$ : <input type="text" value="9.31"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 5}$ : <input type="text" value="5.73"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 13}$ : <input type="text" value="9.82"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 6}$ : <input type="text" value="6.24"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 14}$ : <input type="text" value="10.33"/> (cm <sup>2</sup> /s)
$\Phi_{\pm 7}$ : <input type="text" value="6.75"/> (cm <sup>2</sup> /s)	$\Phi_{\pm 15}$ : <input type="text" value="10.84"/> (cm <sup>2</sup> /s)

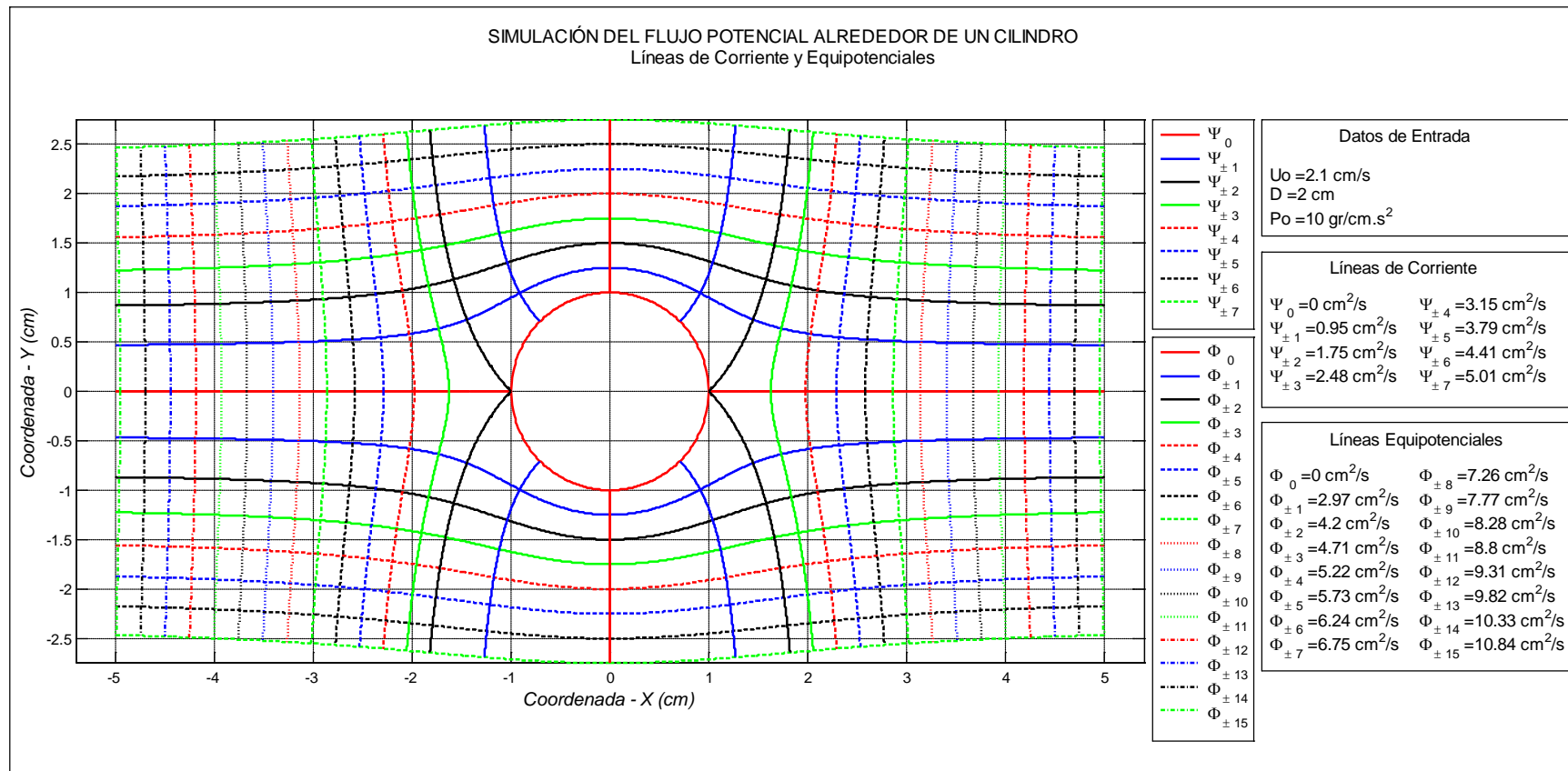
Figura 3-21: Ventana pos-procesador para flujos potenciales.



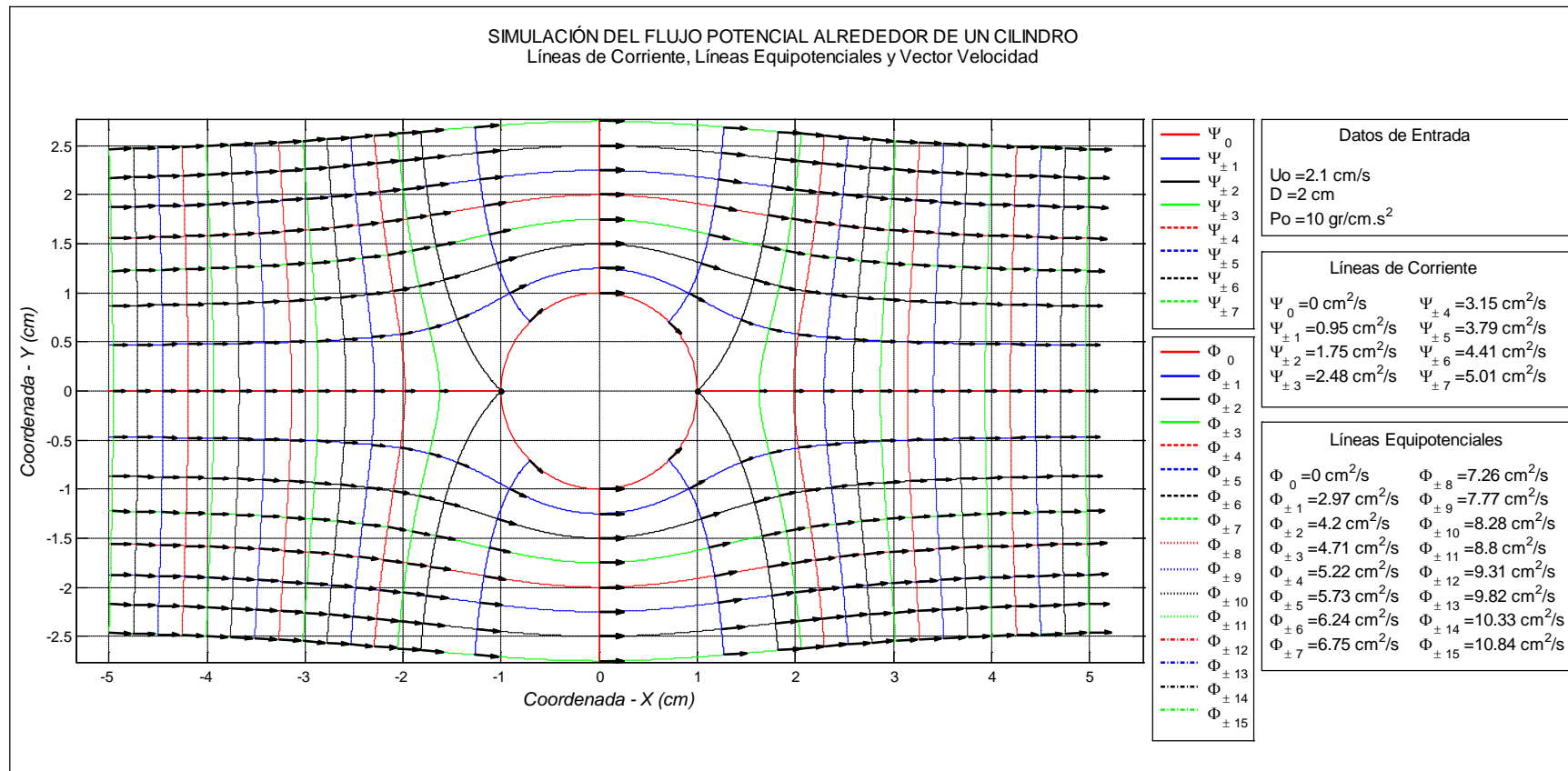
**Figura 3-22:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente.



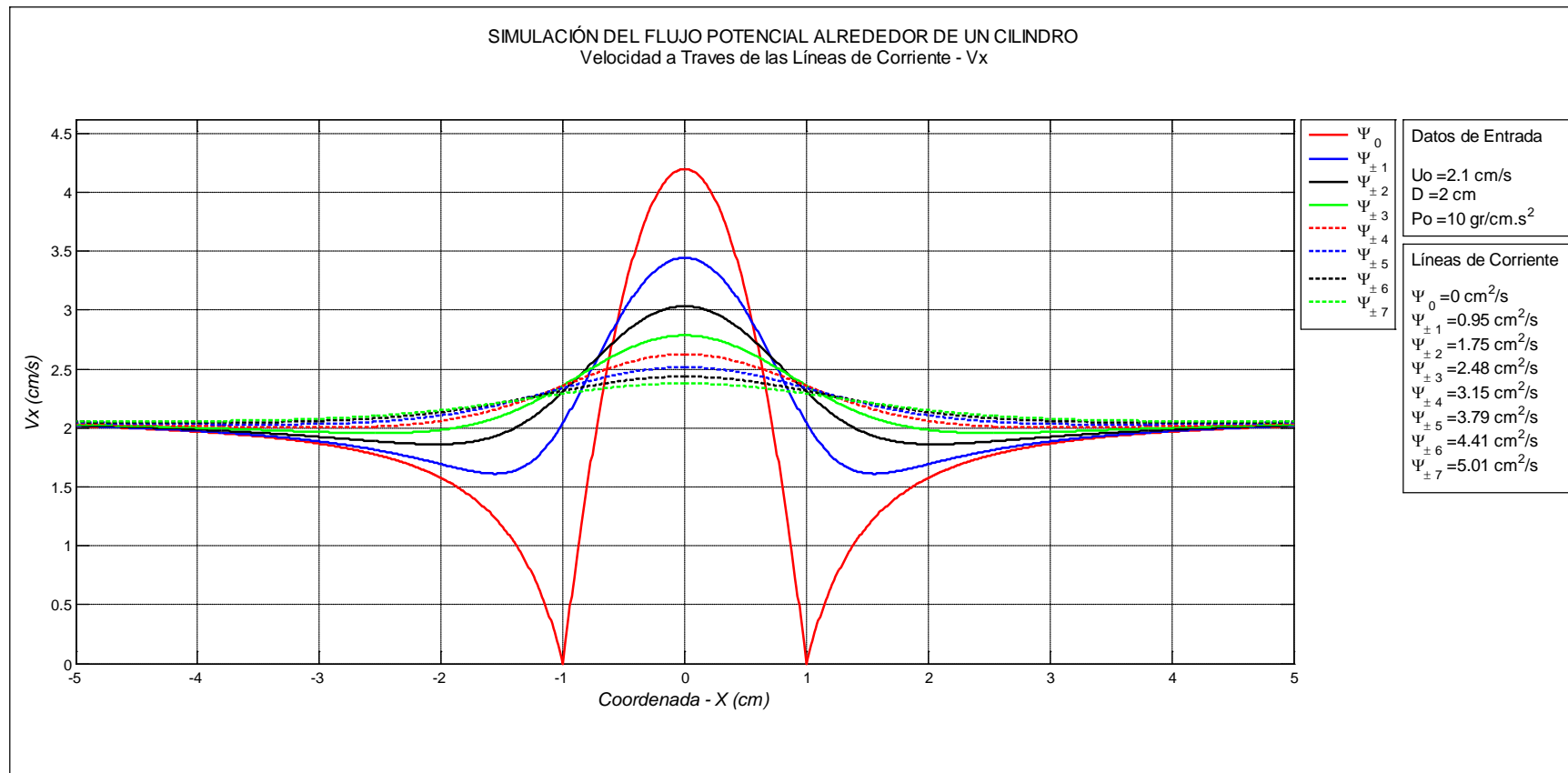
**Figura 3-23:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas equipotenciales.



**Figura 3-24:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente y equipotenciales.

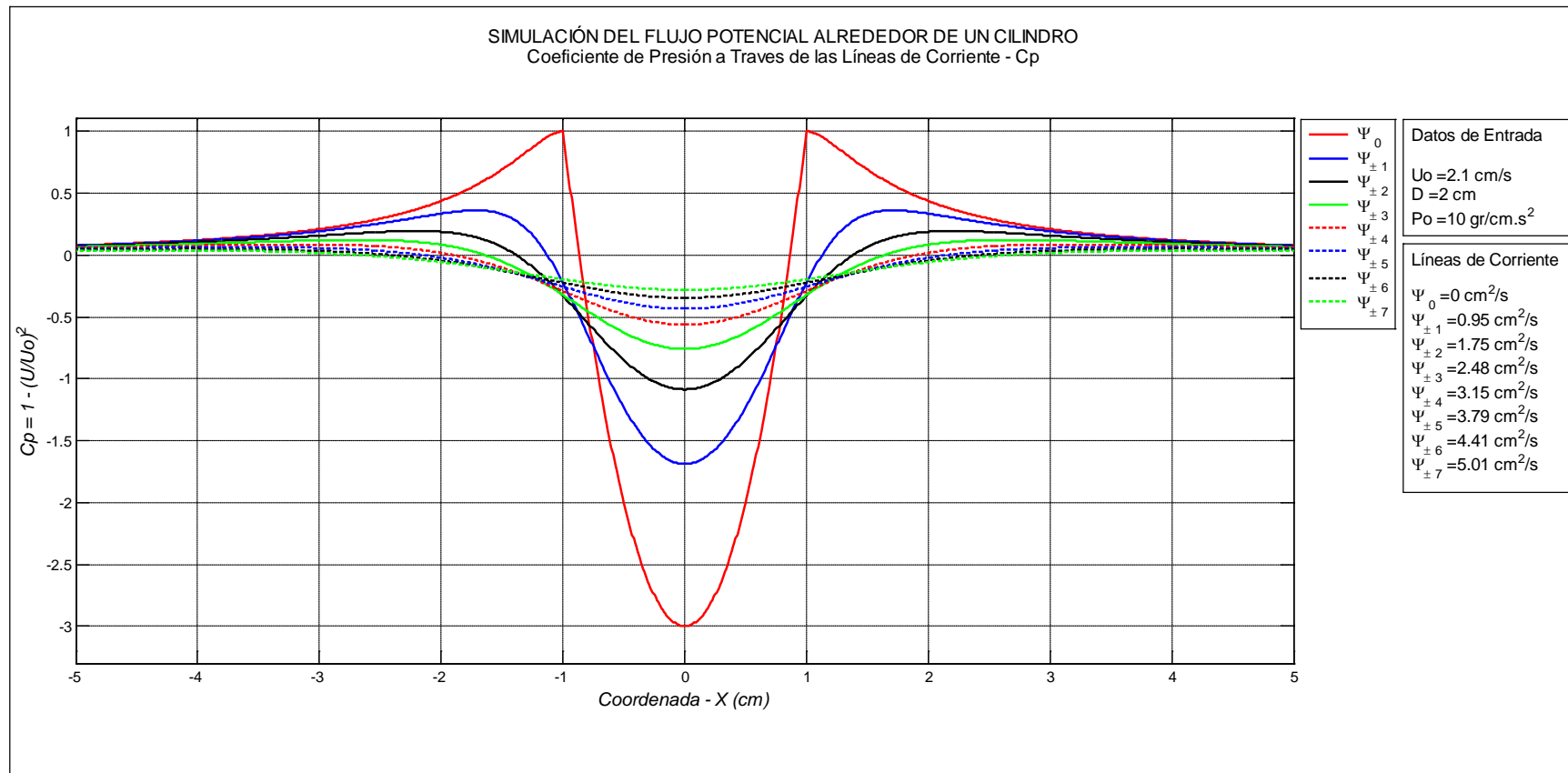


**Figura 3-25:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: líneas de corriente, líneas equipotenciales y campo de velocidades.



**Figura 3-26:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: perfil de la componente de la velocidad en x ( $V_x$ ), a lo largo de las líneas de corriente que están por encima del eje x.





**Figura 3-27:** Resultado de la simulación del flujo potencial alrededor de un cilindro: perfil del coeficiente de presión a lo largo de las líneas de corriente que están por encima del eje x.

## 4. *Componente experimental*

### 4.1 Componentes del sistema de toma de datos

Tanto en las pruebas de oscilaciones amortiguadas en tubos en U, como en las de flujos potenciales en la celda Hele Shaw, se utilizaron cámaras de video *Stringray F-080B/C* para la captura de información, cuyas principales características se presentan en la Tabla 4-1. Las lentes utilizadas fueron *PENTAX* (ver características en la

Tabla 4-2), en las cuales se puede graduar manualmente el enfoque, el zoom y la apertura del iris.



**Figura 4-1:**Cámara Stingray F-080B/C y lente PENTAX

**Tabla 4-1:** Características técnicas cámara Stingray -080B/C.

Sensor de captura	Tamaño del sensor	Tamaño del pixel	Frecuencia de captura
<i>Sony ICX 204 1/3", 6mm CCD</i>	<i>1032 x 776 XGA</i>	<i>4.65x4.65<math>\mu</math>m</i>	<i>31 fps</i>

**Tabla 4-2:** Características técnicas de la lente PENTAX.

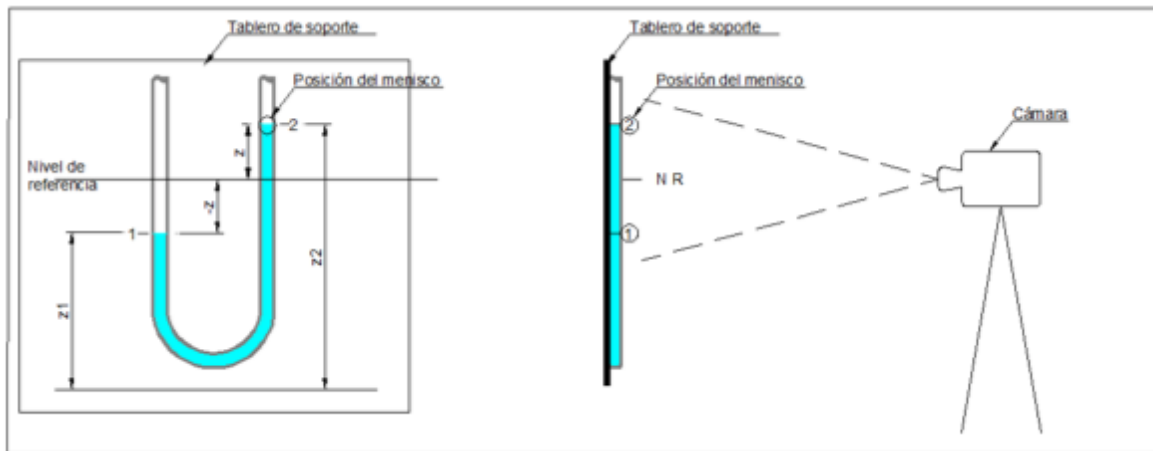
Modelo	Tipo	Long. Focal	Rango Iris	Tamaño lente
<i>H6Z810</i>	<i>Iris, Zoom y Foco manual</i>	<i>8-48 mm</i>	<i>F1.0-22</i>	<i>1/2"</i>

## 4.2 Flujos transitorios en tuberías en U

### 4.2.1 Montaje experimental

Las pruebas experimentales de las oscilaciones amortiguadas fueron realizadas en una tubería de vidrio doblada en forma de U, con un diámetro interno de 14.2 mm y una longitud de 1.5 m. En la Figura 4-2 se muestra un esquema del montaje experimental general, y en la Figura 4-3 se muestra una fotografía del montaje experimental en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad, en el cual se observa que en uno de los extremos de la tubería se adaptó una manguera de plástico para generar la succión por medio de una jeringa.

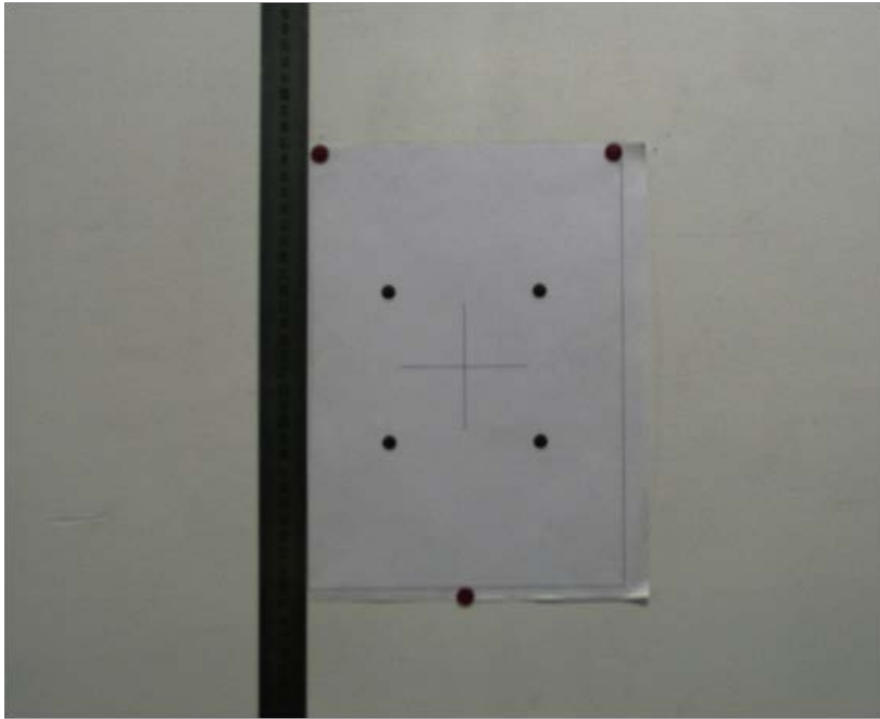
Para la captura de la información se utilizó una cámara de video montada sobre un trípode y nivelada de tal forma que el eje óptico de la cámara quedara perpendicular a la pared sobre la cual está montada la tubería en U. Esto con el fin de no tener que rectificar la imagen en el procesamiento de la misma. La cámara se ubicó a una distancia aproximada de 1.6 m de la tubería en U y fue conectada a un PC, por medio del cual se configura la captura de la información (para la configuración y captura de la información se utiliza una interfaz desarrollada en MATLAB por el proyecto HORUS) ([www.horusvideo.com](http://www.horusvideo.com)). Con el fin de poder generar un contraste entre la columna de fluido y el fondo, la pared sobre la cual está montada la tubería se pintó de blanco y el fluido usado en el experimento (agua) fue teñida de color azul (ver Figura 4-3). Sobre la pared que soporta la tubería en U, se colocó una hoja de papel con cuatro puntos de control (ver Figura 2-7), los cuales están separados entre sí 92 mm y son utilizados para obtener la medida, en metros, de un píxel.



**Figura 4-2:**Esquema del montaje general experimental. Vista frontal (izquierda) y vista perfil (derecha).



**Figura 4-3:**Fotografía del montaje experimental en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas.



**Figura 4-4:** Localización de puntos de control.

### 4.2.2 Metodología para la captura y procesamiento de la información

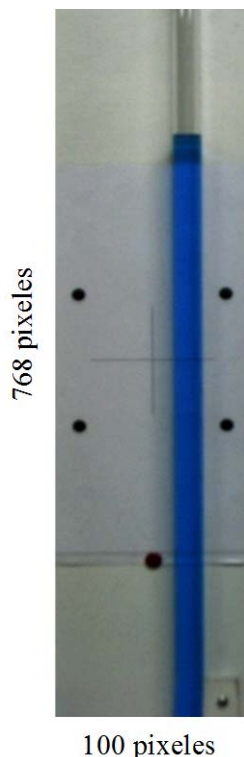
Una vez se tiene nivelado el trípode con la cámara se procede de la siguiente manera:

- a) Se cuadra manualmente el enfoque, el zoom y la apertura del iris de la cámara.
- b) Se recomienda que el montaje del sistema sea cubierto con luz interna. Dada la ubicación disponible para el sistema en laboratorio, la luz externa se refleja en la tubería y genera un ruido en la imagen.
- c) Antes de grabar el video de la columna de fluido, se toma una foto ("stack") de los puntos de control (ver Figura 2-7). Esta fotografía se utiliza para obtener la medida de un pixel en metros. Como previamente se mencionó, el plano de captura debe estar perpendicular al eje óptico de la cámara (ver Figura 4-2) y para ello hay que nivelar muy bien el trípode. Con el plano de captura perpendicular al eje óptico de la cámara, la imagen tomada no requiere rectificación. Ahora, debido a que la distancia a la cual está ubicada la cámara del plano de captura ( $d \approx 1.6\text{ m}$ ) y a que nuestra área de trabajo está ubicada en el centro de la imagen, el error de distorsión radial producido por la lente es despreciable y, por lo tanto, para el procesamiento de

las imágenes este error no se tendrá en cuenta. Se calcula el centro de masa a los círculos de la imagen con los puntos de control, y se cuenta el número de píxeles de centro de masa a centro de masa de dos puntos de control alineados verticalmente y horizontalmente (esto se realiza automáticamente mediante un script en MATLAB). Finalmente, la medida de un pixel en metros se saca de una relación lineal como se indica a continuación:

$$pixel[m] = \frac{\text{separación puntos de control [m]}}{\text{número de píxeles de centro a centro de masa}} \dots\dots (4.1)$$

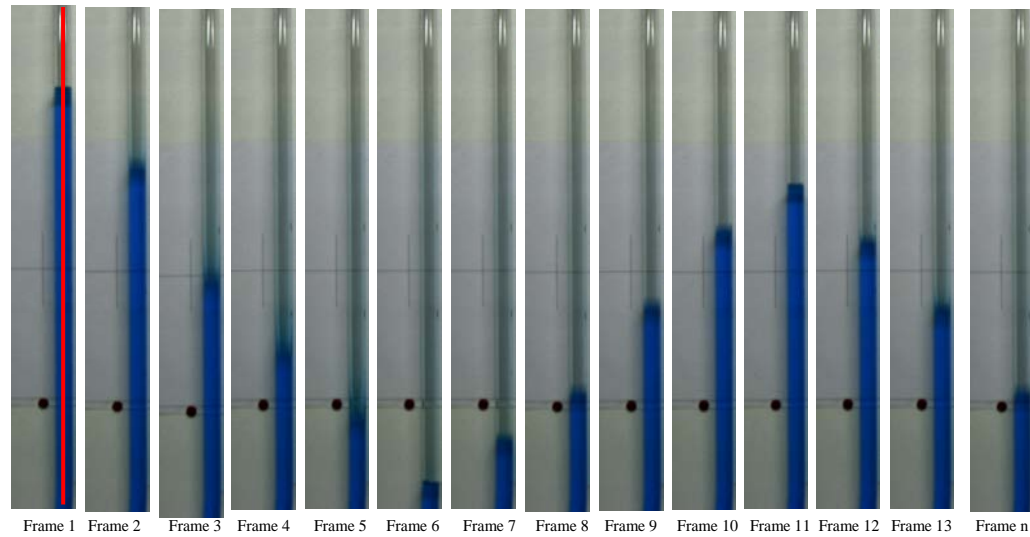
- d) Se configura la cámara para que grave videos con una frecuencia de 25 Hz.
- e) Con el fin de hacer menos "pesada" la información del campo total de visión de la cámara (1024 x 768 píxeles), ésta se configura para que solo grave el vídeo con una franja central con resolución espacial de 100 x 768 píxeles, grabando solo la columna del menisco derecho de la tubería (ver Figura 4-5).



**Figura 4-5:** Cuadro de un video grabado.

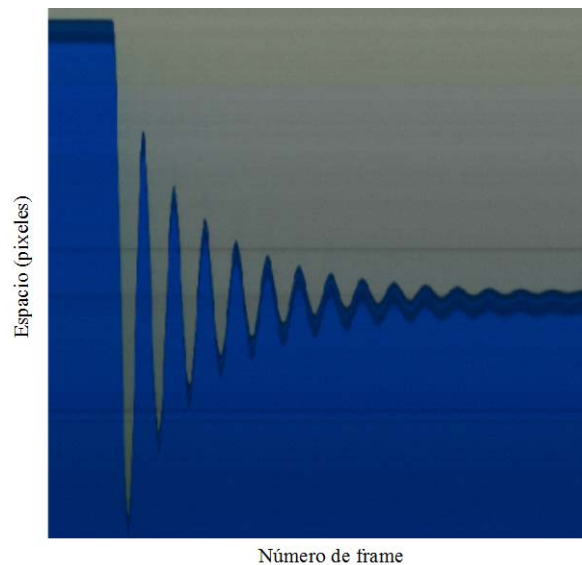
Los pasos del inciso "d" y "e" se realizan utilizando una interfaz desarrollada por el proyecto HORUS ([www.horusvideo.com](http://www.horusvideo.com)).

- a) Una vez grabado el video, éste se descompone en sus cuadros o "frame" (ver Figura 4-6).



**Figura 4-6:** Diferentes "frame" en que se descompone el video.

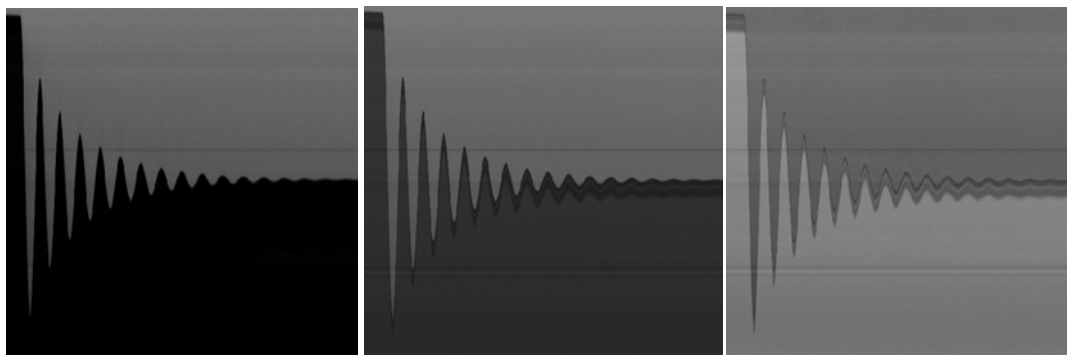
- b) Solo se trabaja con una sola columna de pixel de cada cuadro (columna de pixeles que contenga la columna de fluido), esta columna de pixel se selecciona en el primer cuadro (ver Figura 4-6), y automáticamente el software desarrollado extrae la misma columna en el resto de los cuadros, y crea una nueva imagen que contenga la columna seleccionada de todos los cuadros (ver Figura 4-7).



**Figura 4-7:** Imagen con la columna seleccionada de todos los cuadros del video.

En la Figura 4-7 se puede observar la variación del menisco de la columna de fluido en el tiempo. En la primera parte de la Figura 4-7 se observa que el menisco permanece estático, debido a la dificultad de configurar el inicio de la captura de los datos con el inicio del movimiento del menisco, por lo que se empieza a grabar el video un tiempo antes de iniciar el movimiento del menisco. También se observa en la Figura 4-7 un aparente doble menisco, el cual, en realidad, es la refracción de la luz que es generada sobre el menisco por la tubería.

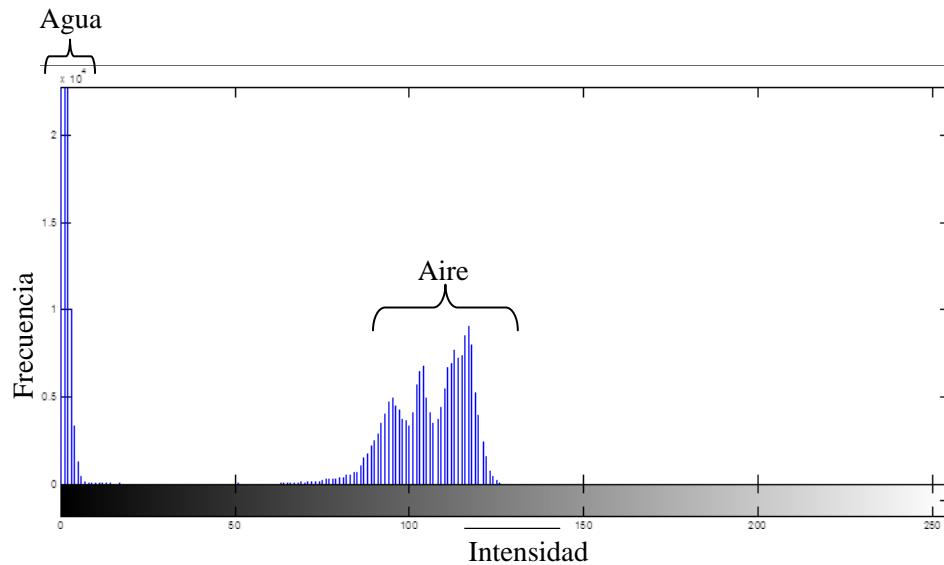
- c) La imagen a color que contiene la variación del menisco en el tiempo (ver Figura 4-7), se descompone en cada una de las bandas roja (R), verde (G) y azul (B) (ver Figura 4-8 y sección 2.4.1). Como la banda roja es la que ofrece un mejor contraste entre la interfaz fluido y aire (ver Figura 4-8), se trabaja el resto del procesamiento con esta banda.



**Figura 4-8:** Banda roja (izquierda), verde (centro) y azul (derecha) de la imagen a color.

- d) El siguiente paso es la binarización de la banda roja de la imagen (ver Figura 4-10), para lo cual se requiere la definición de un pixel umbral. La metodología utilizada para la selección del pixel umbral se basa en la hipótesis de que el histograma de la imagen a binarizar es bimodal (ver Figura 4-9), hipótesis válida debido a el contraste tan marcado que existe entre el fluido y el fondo de la imagen (ver Figura 4-8 - izquierda).



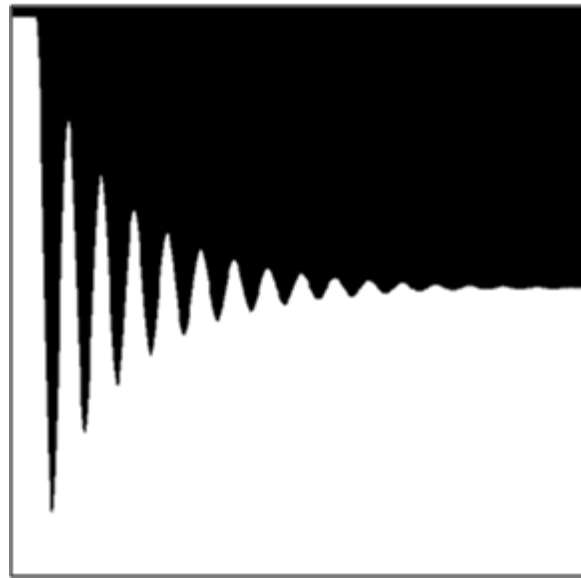


**Figura 4-9:** Histograma de la imagen a binarizar.

Para la selección del pixel umbral se utiliza la metodología propuesta por *Ridler-Calvard* (Pajares & De la Cruz, 2008), la cual se basa en un método iterativo que obtiene el umbral mediante los siguientes pasos:

1. En la iteración  $k=0$ , se calcula el valor medio de la intensidad de pixel en la imagen  $T(k)=m$ . Este valor medio determina dos clases  $W_1$  y  $W_2$  formada por los píxeles cuya intensidad es menor y mayor, respectivamente.
2. En la iteración  $k=1$ , para las dos nuevas clases se determinan los valores medios de cada clase  $m_1$  y  $m_2$ , obteniendo  $T(k) = (m_1 + m_2)/2$ .
3. El nuevo umbral determina la existencia de otras dos nuevas clases como en el paso 2; para cada iteración, incluidas la 0 y 1; mientras  $|T(k+1) - T(k)| \geq \varepsilon$  se repiten las acciones del paso 2.

En la imagen binarizada, los pixeles solo tienen valor cero (negro) y uno (blanco), siendo los pixeles blancos aquellos que corresponden al fluido y los negros al fondo de la imagen.



**Figura 4-10:** Imagen binaria de la banda roja.

- f) Cuando la imagen está binarizada se hace un recorrido pixel a pixel por todas las columnas de la imagen (en el sentido de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo), esto con el fin de poder identificar en cada columna la posición de la fila que contiene el primer pixel de color blanco, lo cual nos define el lugar en la imagen del pixel que representa la posición del menisco en un instante de tiempo.
- g) Luego de tener identificada la posición de los pixeles que representan la variación del menisco en el tiempo, se identifica la columna de la imagen que corresponde al  $t = t_0$ , (tiempo en el cual se inicia el movimiento del menisco) y para ello se fijó un delta de variación de la posición de los pixeles que representan la variación del menisco de  $\pm 5 \text{ pixeles}$ . Una vez identificada la columna en la cual inicia el movimiento el menisco ( $t = t_0$ ), se eliminan las columnas anteriores a ésta.
- h) El siguiente paso es obtener el valor medio de la posición de los pixeles que representan la variación del menisco, y normalizar la serie con respecto a este valor.
- i) Por último, como previamente se conoce (ver inciso "c") cuánto mide un pixel en metros, se calcula la posición del menisco en metros. Esto se hace multiplicando el número de pixeles por encima o por debajo de la media, por la medida de un pixel en metros.

$$Z[m] = \text{Número de pixeles} \times \text{pixel}[m] \dots (4.2)$$

A partir de los datos de la posición del menisco, también es posible obtener el valor de la velocidad y aceleración de la columna de fluido. La velocidad se calcula como el cambio de la posición del menisco dividido entre el  $\Delta t$  de dos imágenes sucesivas:

$$V = \frac{Z_{t+\Delta t} - Z_t}{\Delta t} \dots (4.3)$$

Y la aceleración como el cambio de velocidad en el tiempo:

$$a = \frac{Z_{t+2\Delta t} - 2Z_{t+\Delta t} + Z_t}{\Delta t^2} \dots (4.4)$$

### 4.2.3 Casos de aplicación

Un total de 27 pruebas con diferentes longitudes de columna de fluido y altura inicial del menisco fueron realizadas en laboratorio. En la Tabla 4-3 se muestran las diferentes configuraciones utilizadas en los experimentos. Antes de cada prueba se midió la temperatura del fluido y con base en éstas, se estimó la densidad y la viscosidad cinemática del fluido utilizando datos reportados en la literatura. La longitud de la columna de fluido se obtuvo de forma indirecta a partir de la medición del volumen de fluido a utilizar en cada ensayo y del diámetro de la tubería en U:

$$L = \frac{4Vol.}{\pi D^2} \dots (4.5)$$

También se calcula el número de Reynolds ( $\mathcal{R}_{ei}$ ) utilizando la velocidad máxima teórica del fluido en la tubería en U, con las siguientes expresiones (Ogawa, y otros, 2007 ).

$$\mathcal{R}_{ei} = \frac{V_{max} D}{\nu} \dots (4.6)$$

$$V_{max} = Z_0 \sqrt{\frac{2g}{L}} \dots (4.7)$$

En los ensayos realizados, el máximo número de Reynolds ( $\mathcal{R}_{ei}$ ) fue de 21085.7 y el mínimo de 1825.6. Por lo tanto, en algunos casos el experimento se desarrolló en régimen laminar-turbulento, y en otros solo experimento régimen laminar.

**Tabla 4-3:** Configuraciones realizadas en laboratorio.

N° Exp.	T °C	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Visc._Cinemática m <sup>2</sup> /s	D mm	Vol. ml	L cm	Zo cm	Re <sub>i</sub>
1	26.20	997.10	8.74215E-07	14.2	100	63.14	22.59	20443.1
2	26.80	997.10	8.63023E-07	14.2	100	63.14	18.99	17408.1
3	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	9.52	8822.3
4	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	1.97	1825.6
5	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	4.56	4225.8
6	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	-18.60	17236.9
7	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	-9.87	9146.7
8	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	24.40	21085.7
9	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	9.63	8321.9
10	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	15.01	12971.1
11	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	-23.44	20256.1
12	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	-14.79	12781.0
13	27.60	997.10	8.48099E-07	14.2	133	83.98	19.92	16112.6
14	27.50	997.10	8.49965E-07	14.2	133	83.98	14.40	11622.1
15	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	9.82	7891.0
16	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	4.16	3342.8
17	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	-23.09	18554.3
18	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	-15.23	12238.3
19	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	20.17	16207.9
20	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	14.93	11997.2
21	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	9.90	7955.3
22	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	4.83	3881.2
23	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	11.57	8584.6
24	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	6.31	4681.8
25	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	-14.97	11107.2
26	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	12.10	8977.8
27	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	6.85	5082.5

## 4.2.4 Análisis de errores

Debido a que no se tiene un instrumento de medida adicional que nos permita obtener la posición del menisco en la tubería en U, y poder comparar los resultados con la metodología de las imágenes, se confrontarán los resultados experimentales con los resultados de los modelos teóricos utilizando una serie de estadísticos y analizando el orden de magnitud de los errores.

### 4.2.4.1 Error del período de oscilación natural

Un primer análisis de los errores consiste en calcular el error relativo entre el período oscilación natural teórico y el período de oscilación obtenido del procesamiento de las imágenes.

Según la teoría Newtoniana el período de oscilación natural de una columna de fluido en una tubería en U se calcula como:

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}} \dots (4.8)$$

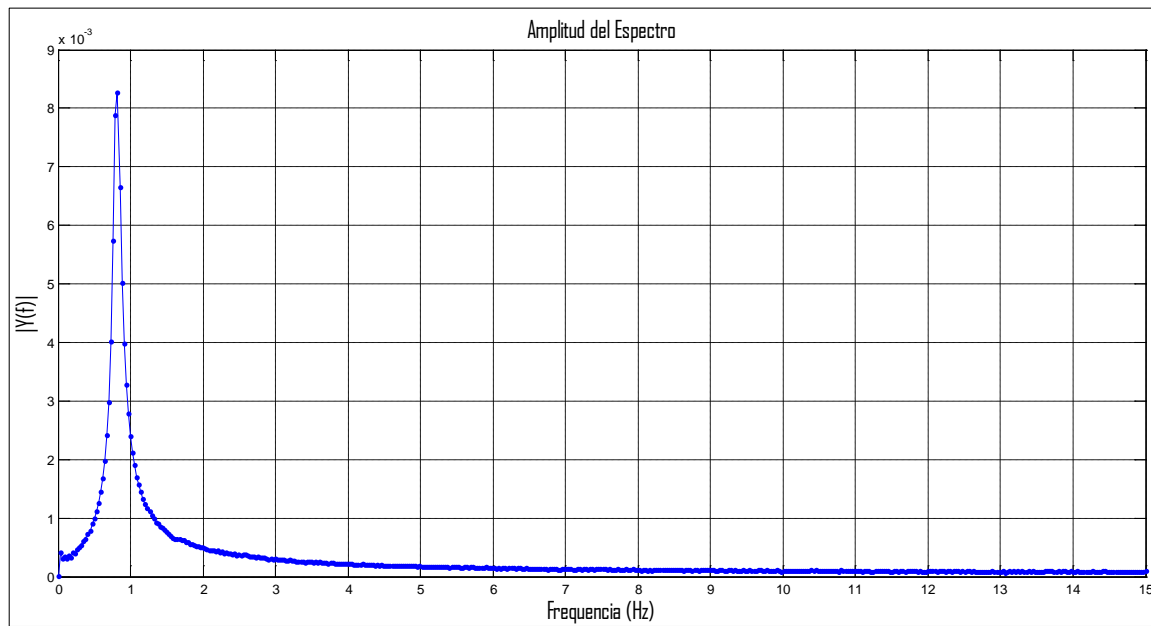
Y según las ecuaciones propuestas por Ogawa, et al. (2007), el período de oscilación natural de una columna de fluido en una tubería en U se calcula de la siguiente forma:

$$T_o = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}}}{\sqrt{1 - \frac{L}{2g} \left( \frac{K_v v}{R^2} \right)^2}} \dots (4.9)$$

Para la obtención del período de oscilación natural experimental, se calculó el espectro de frecuencias a la serie de la posición del menisco obtenida a partir de las imágenes procesadas (ver Figura 4-11), comportamiento observado para todos los ensayos. En el caso mostrado en la Figura 4-11, la frecuencia fundamental fue de 0.8219 Hz, lo cual corresponde a un período de oscilación de 1.21 s.

En la Tabla 4-4 se muestra el error relativo calculado entre el período de oscilación natural teórico propuesto por Ogawa et al. (2007) y el período experimental en cada una de los ensayos realizados. De acuerdo con los resultados se puede observar que en todos los casos el error relativo fue menor a 0.6%, con excepción de los experimentos 25 y 26 que alcanzó el 1.1%. Los pequeños errores obtenidos sugieren que la metodología del procesamiento de las imágenes es una herramienta poderosa para el análisis de las oscilaciones amortiguadas de un fluido en una tubería en U.

Como veremos más adelante, debido a que el modelo propuesto por Ogawa et al. (2007) presentó un mejor ajuste que el modelo Newtoniano, se ha utilizado el período de oscilación natural teórico propuesto por Ogawa et al. (2007) para el cálculo del error.



**Figura 4-11:** Espectro de frecuencias de la oscilación del menisco  
(Experimento N° 8).

**Tabla 4-4:** Error entre el período de oscilación natural teórico (Ogawa et al.) y experimental.

N° Exp.	T °C	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Visc._Cinémática m <sup>2</sup> /s	D mm	Vol. ml	L cm	Zo cm	Re <sub>f</sub>	Kv'	Kv	To_Ogawa s	To_Exp. s	Error %
1	26.20	997.10	8.74215E-07	14.2	100	63.14	22.59	20443.1	42.1	16.6	1.129	1.133	0.36
2	26.80	997.10	8.63023E-07	14.2	100	63.14	18.99	17408.1	42.0	16.6	1.129	1.136	0.56
3	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	9.52	8822.3	41.2	16.2	1.129	1.136	0.57
4	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	1.97	1825.6	35.6	14.0	1.129	1.133	0.40
5	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	4.56	4225.8	39.4	15.5	1.129	1.136	0.58
6	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	-18.60	17236.9	42.0	16.6	1.129	1.136	0.57
7	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	100	63.14	-9.87	9146.7	41.2	16.3	1.129	1.136	0.57
8	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	24.40	21085.7	42.2	16.6	1.211	1.214	0.26
9	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	9.63	8321.9	41.1	16.2	1.211	1.217	0.48
10	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	15.01	12971.1	41.7	16.4	1.211	1.214	0.26
11	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	-23.44	20256.1	42.1	16.6	1.211	1.214	0.26
12	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	115	72.62	-14.79	12781.0	41.7	16.4	1.211	1.217	0.46
13	27.60	997.10	8.48099E-07	14.2	133	83.98	19.92	16112.6	41.9	16.5	1.303	1.310	0.58
14	27.50	997.10	8.49965E-07	14.2	133	83.98	14.40	11622.1	41.6	16.4	1.303	1.310	0.58
15	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	9.82	7891.0	41.0	16.2	1.303	1.310	0.58
16	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	4.16	3342.8	38.6	15.2	1.302	1.310	0.60
17	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	-23.09	18554.3	42.1	16.6	1.303	1.310	0.58
18	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	-15.23	12238.3	41.6	16.4	1.303	1.310	0.58
19	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	20.17	16207.9	41.9	16.5	1.303	1.308	0.38
20	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	14.93	11997.2	41.6	16.4	1.303	1.308	0.38
21	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	9.90	7955.3	41.0	16.2	1.303	1.308	0.38
22	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	133	83.98	4.83	3881.2	39.1	15.4	1.303	1.303	0.01
23	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	11.57	8584.6	41.1	16.2	1.411	1.417	0.39
24	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	6.31	4681.8	39.7	15.7	1.411	1.417	0.40
25	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	-14.97	11107.2	41.5	16.4	1.411	1.427	1.09
26	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	12.10	8977.8	41.2	16.2	1.411	1.427	1.09
27	27.30	997.10	8.53696E-07	14.2	156	98.50	6.85	5082.5	40.0	15.8	1.411	1.417	0.40

#### 4.2.4.2 Análisis de estadísticos

Como ya se mencionó, debido a que no se cuenta con un instrumento con el cual medir la variación del nivel del menisco y poder contrastar con los resultados del procesamiento de las imágenes, pretendemos evaluar el potencial de la metodología de las imágenes calculando una serie de estadísticos e interpretando los resultados. Willmott (1981,1982) propone una serie de estadísticos para evaluar la potencial precisión de un modelo y recomienda que como mínimo se deben calcular y reportar los siguientes parámetros: la media de la variable predicha ( $\bar{P}$ ) y de la observada ( $\bar{O}$ ), la desviación estandar de la variable predicha ( $S_p$ ) y de la observada ( $S_o$ ), el intersepto ( $a$ ) y la pendiente ( $b$ ) de la regresión de mínimos cuadrados  $\hat{P}_i = a + bO_i$ , el error absoluto medio ( $MAE$ ), el error medio cuadrático ( $MSE$ ) y su raíz cuadrada ( $RMSE$ ), el error medio cuadrático sistematico ( $MSE_s$ ) y su raíz cuadrada ( $RMSE_s$ ), el error medio cuadrático no sistematico ( $MSE_u$ ) y su raíz cuadrada ( $RMSE_u$ ), el coeficiente de determinación ( $r^2$ ) y el "index of agreement" ( $d$ ). A continuación se presentan las formulación para calcular estos parámetros:

$$S_o = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^N (O_i - \bar{O})^2}{N-1}} \dots (4.10)$$

$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^N (P_i - \bar{P})^2}{N-1}} \dots (4.11)$$

$$a = \bar{P} - b\bar{O} \dots (4.12)$$

$$b = \frac{Cov(P,O)}{Var(O)} \dots (4.13)$$

$$\hat{P}_i = a + bO_i \dots (4.14)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |P_i - O_i|}{N} \dots (4.15)$$

$$MSE = MSE_s + MSE_u \dots (4.16)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \dots (4.17)$$

$$MSE_s = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{P}_i - O_i)^2}{N} \dots (4.18)$$



$$MSE_u = \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2}{N} \dots (4.19)$$

$$RMSE_s = \sqrt{MSE_s} \dots (4.20)$$

$$RMSE_u = \sqrt{MSE_u} \dots (4.21)$$

$$r^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^N O_i P_i - \sum_{i=1}^N O_i \sum_{i=1}^N P_i \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^N O_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N O_i \right)^2 \right) \left( \sum_{i=1}^N P_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N P_i \right)^2 \right)} \dots (4.22)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^N (|P'_i| - |O'_i|)^2} \dots (4.23)$$

$$P'_i = P_i - \bar{O} \dots (4.24)$$

$$O'_i = O_i - \bar{O} \dots (4.25)$$

Según Willmott (1981,1982), la media de la variable predicha ( $\bar{P}$ ) y observada ( $\bar{O}$ ), la desviación estandar de la variable predicha ( $s_p$ ) y observada ( $s_o$ ), el intersepto ( $a$ ) y la pendiente ( $b$ ) de la regresión de mínimos cuadrados  $\hat{P}_i = a + bO_i$ , tienen la ventaja de ser estadísticos muy conocidos y entendidos, y una variedad de medidas estadísticas pueden ser calculadas a partir de ellos. También, Willmott (1981,1982) manifiesta que el MAE y RMSE dan un estimado del error promedio y tienen la ventaja de ser fácilmente interpretados, ya que tienen las mismas unidades métricas de  $O$  y  $P$ , pero no proveen información respecto a la fuente o el tipo de error, información que resulta útil para el modelador. Debido a que casi siempre los datos observados poseen un error intrínseco asociado al proceso de medida, Willmott (1981,1982) enfatiza la importancia de saber cuánto del RMSE corresponde al "error sistemático" ( $RMSE_s$ ) y cuanto corresponde al "error no sistemático" ( $RMSE_u$ ).

De otro lado, según Willmott (1981,1982) el  $r$  o  $r^2$  describen consistentemente la proporción del incremento o disminución sobre la respectiva media de dos variables, sin embargo, hacen muy poca distinción entre el tipo o la magnitud de las posibles diferencias y, además, pueden enmascarar un gran error cuando los valores de  $s_p$  y  $s_o$  son elevados o un pequeño error puede parecer significativo debido a bajas magnitudes de  $s_p$  y  $s_o$ . Para evitar estos tipos de problemas con el  $r$  o  $r^2$ , Willmott (1981,1982) propone un

estadístico que llaman "index of agreement", el cual es un estadístico que refleja el grado con el cual la variable observada es estimada con precisión por la variable simulada. El "index of agreement" no es una medida de correlación en el sentido formal de la palabra, sino una medida del grado con el cual las predicciones de un modelo están libres de error. Debido a su carácter adimensional, la relaciones descritas por el "index of agreement" tienden a complementar la información contenida en  $RMSE$ ,  $RMSE_s$  y  $RMSE_u$ .

Según Willmott (1981,1982), el  $RMSE_u$  puede ser interpretado como una medida de la potencial precisión de un modelo, ya que las diferencias descritas por  $RMSE_s$  se pueden describir mediante una función lineal y deben ser fácil de amortiguar por una nueva parametrización de los modelos. Es decir, sin hacer cambios significativos en la estructura del modelo, debe ser posible reducir sustancialmente  $RMSE_s$ .

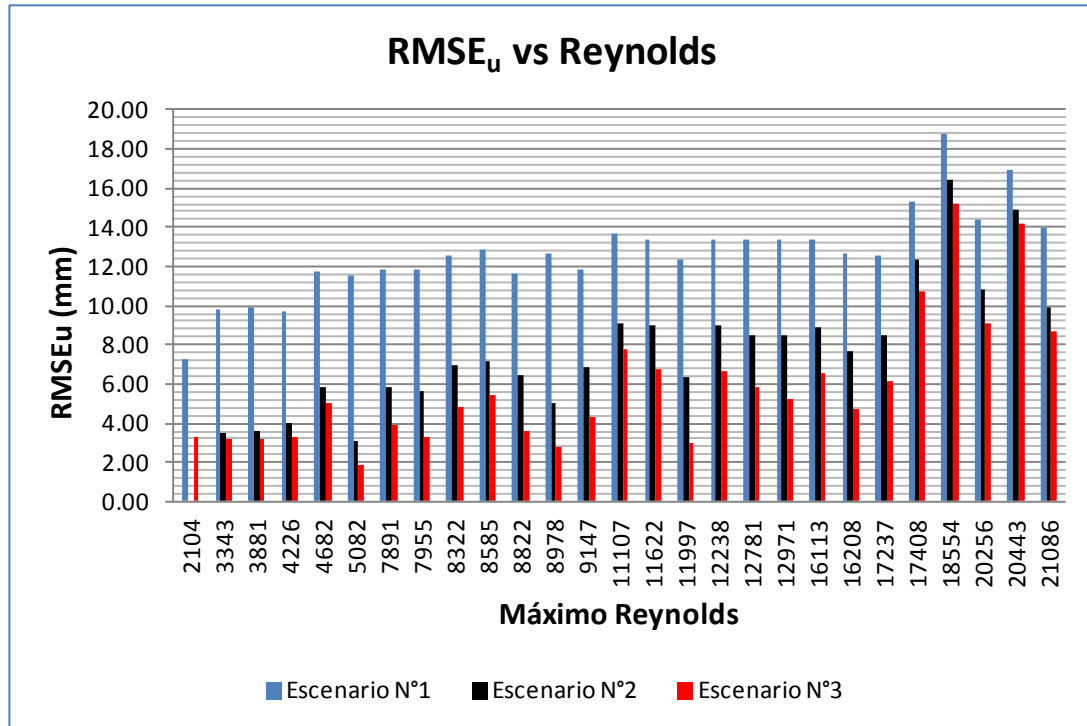
Por estas razones, en este trabajo seguiremos esta metodología descrita. En nuestro caso nos referiremos a variables experimentales en vez de variables observadas ( $O$ ) y simuladas en vez de variables predichas ( $P$ ).

Es importante aclarar que además de los estadísticos antes mencionados, para evaluar la potencial precisión de un modelo también se deben tener en cuenta aspectos físico-matemáticos del modelo.

Para aplicar la metodología propuesta por Willmott (1981,1982), y separar el error sistemático del error no sistemático, se simularon los 27 ensayos realizados aplicando el modelo para fluido Newtoniano y el modelo para fluido *Binham Plastic* propuesto por Ogawa et. al.(2007). Por cada ensayo se realizaron tres escenarios de simulación, las cuales se describen a continuación:

- a) Un primer escenario en el cual se aplica el modelo para fluido Newtoniano tanto en los intervalos de régimen laminar como en los intervalos de régimen turbulento.
- b) Un segundo escenario, donde en los intervalos de régimen laminar se aplica el modelo para fluido *Binham Plastic* (Ogawa, y otros, 2007 ), y en los intervalos de régimen turbulento se aplica el modelo para fluido Newtoniano.
- c) Un tercer escenario en el cual se aplica el modelo propuesto para fluido *Binham Plastic* (Ogawa, y otros, 2007 ) tanto en los intervalos de régimen laminar como en los intervalos de régimen turbulento. Es importante aclarar que Ogawa et al (2007) aplican el modelo que proponen independiente del régimen del flujo.

Se evaluó el  $RMSE_u$  en los 27 ensayos realizados considerando los tres escenarios de simulación descritos anteriormente. De acuerdo con los resultados del  $RMSE_u$  (ver Figura 4-12) se puede observar que el modelo propuesto por Ogawa et. al. (2007) fue el que mejor ajuste tuvo.



**Figura 4-12:**  $RMSE_u$  vs Reynolds.

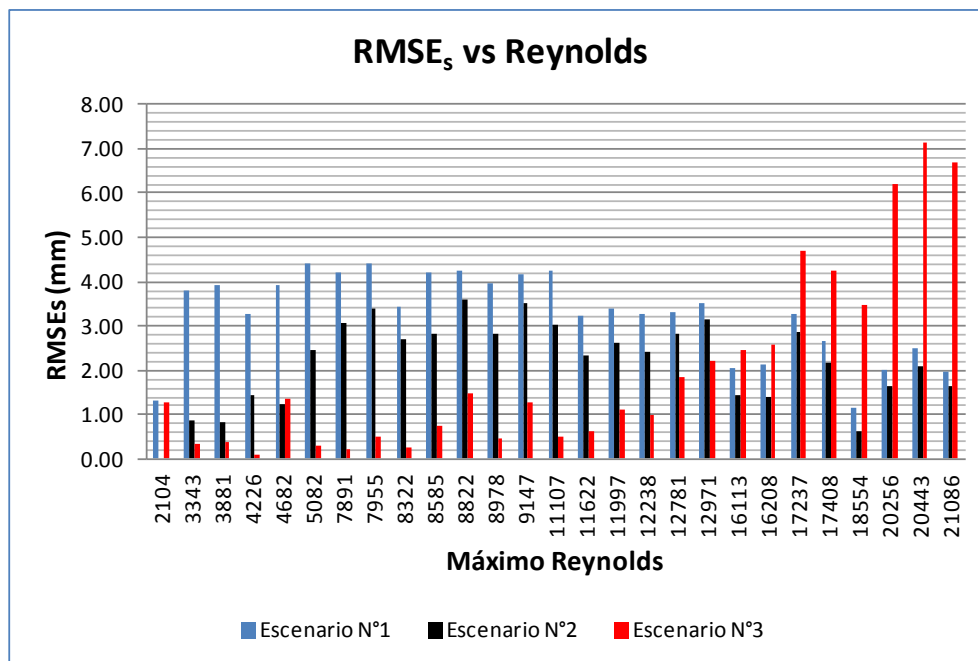
De acuerdo con los resultados del  $RMSE_s$  (ver Figura 4-13) se puede observar que existe una diferencia con los resultados obtenidos para el  $RMSE_u$  (Figura 4-12) cuando el  $R_{max} > 16000$ , debido a que en estos casos el tercer escenario de simulación (modelo Ogawa et al, 2007) no dio el menor valor del error sistemático. Esto podría sugerir, de acuerdo con lo planteado por Willmott (1981,1982), que se requeriría una nueva parametrización del modelo para obtener un mejor ajuste. Aunque no es objeto de esta tesis validar los modelos existentes sobre oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, se simuló un cuarto escenario teniendo en cuenta la siguiente condición:

- d) Simulación donde se aplicó el modelo propuesto por Ogawa et al (2007) tanto en los intervalos de régimen laminar como en los intervalos de régimen turbulento, pero modificando el factor de velocidad propuesto por Ogawa et. al. (2007) de la siguiente forma:

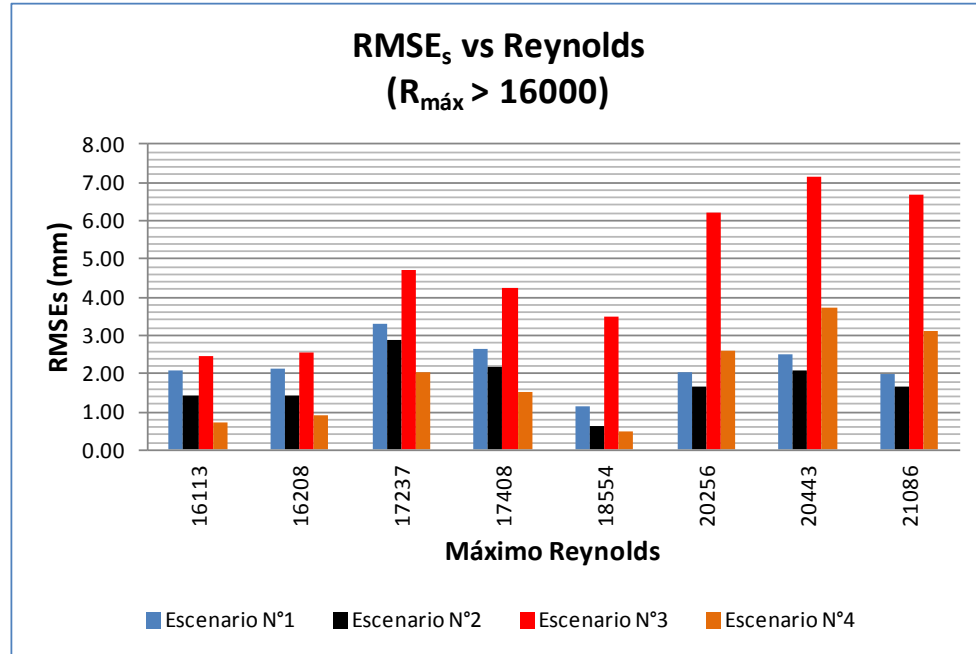
$$K_v = 29 \times D \left( 1 + \frac{4.5 \times 10^{-9}}{D^4} \right) K'_v \dots (4.26)$$

Es importante recordar que el factor de velocidad  $K_v$  propuesto por Ogawa et. al. (2007) (ver Tabla 2-1) es producto de una ecuación empírica, por lo tanto es válido realizar un leve arreglo de los parámetros para obtener un mejor ajuste. Además, en los experimentos realizados por Ogawa et. al. (2007) el máximo valor de Reynolds fue de 6600, a diferencia de los ensayos realizados en esta tesis, donde el valor de Reynolds máximo fue de 21086.

En la Figura 4-14 se puede observar que con la nueva parametrización del modelo propuesto por Ogawa et. al. (2007) se obtienen unos mejores resultados.



**Figura 4-13:**RMSEs vs Reynolds.



**Figura 4-14:** RMSEs vs Reynolds ( $R_{máx} > 16000$ ).

Según Jiménez Mejía (2009), el error sistemático depende principalmente del nivel de resolución, del estado de calibración de los instrumentos de medida y de los procedimientos experimentales. Sin embargo, este error también puede provenir de la acumulación de errores por redondeo numéricos, o de la introducción de errores a través de la aplicación de modelos numéricos, físicos o matemáticos, sobre todo cuando se trata de estimar de manera indirecta una cantidad, es decir, sin medirla. Si aceptamos que el *error sistemático* es 100% debido a la técnica de medida (técnica de video) y observamos los resultados del  $RMSE_s$ , donde no hubo necesidad de hacer pequeños cambios en el modelo ( $R_{max} < 16000$ ), podemos decir que el error máximo promedio obtenido por la técnica de medición es del orden de 2.2 mm, y sabiendo que en las pruebas realizadas el tamaño de un pixel fue del orden de 0.6865 mm, el error máximo promedio fue de  $\pm 3 \text{ pixeles}$ . Estos resultados son coherentes con el análisis del período de oscilación natural de la columna de fluido, y ratifican el potencial de la técnica de video.

Con el fin de mostrar la consistencia del resto de los estadísticos propuestos por Willmott (1981,1982) con el  $RMSE_s$  y  $RMSE_u$ , se seleccionaron 2 ensayos para ser reportados con todos los estadísticos. La selección se realizó teniendo en cuenta que los casos seleccionados presenten marcadas diferencias en las mediciones. Por ello se seleccionaron los ensayos N° 14 y N° 27,

los cuales presentan números de *Reynolds* máximos de 11622.1 y 5082.1, respectivamente.

En la Tabla 4-5 y la Tabla 4-6 se presentan los resultados de los estadísticos de los ensayos N°14 y N°27. De acuerdo con los resultados de los estadísticos se pueden hacer los siguientes comentarios: en los tres escenarios el promedio y la desviación estándar de los datos simulados sobreestiman los correspondientes valores experimentales. Teniendo en cuenta los valores de la desviación estándar, el tercer escenario corresponde al modelo que mejor predice la variabilidad contenida en los datos experimentales. Aunque no existe alguna diferencia marcada entre los parámetros de la regresión ( $a$  y  $b$ ), el mejor ajuste se obtuvo en el tercer escenario. El menor error absoluto medio se obtuvo en el tercer escenario de simulación. En cuanto al "*index of agreement*" y al coeficiente de determinación, en ambos casos coincidió el mejor valor en el tercer escenario de simulación. En términos generales se puede decir que todos los estadísticos están acorde con los resultados obtenidos del  $RMSE_s$  y  $RMSE_u$ , presentando similares resultados en el resto de los ensayos no reportados.

En la Figura 4-15 y Tabla 4-15 se muestran la posición del menisco obtenida de las imágenes vs la posición del menisco simulada en los tres escenarios. En las dos figuras se puede observar cómo el tercer escenario de simulación presentó el mejor ajuste.

En la Figura 4-17 y Figura 4-18 se muestra la velocidad de la columna de fluido obtenida de las imágenes vs la velocidad de la columna de fluido simulada en los tres escenarios. Y en la Figura 4-19 y Figura 4-20 se muestra la aceleración de la columna de fluido obtenida de las imágenes vs la aceleración de la columna de fluido simulada en los tres escenarios.

A partir de las figuras de los resultados de la velocidad se puede decir que el tercer escenario de simulación presenta un buen ajuste con los resultados experimentales.

En el caso de los resultados de la aceleración, aunque el tercer escenario de simulación muestra un buen ajuste a la tendencia general de los resultados experimentales, existen unos picos locales en la curva de la aceleración experimental. Debido a que la aceleración experimental se calcula de manera indirecta a partir de los datos medidos de la posición del menisco, los picos locales de esta curva son un reflejo de la propagación de los errores en las aproximaciones numéricas de las derivadas.

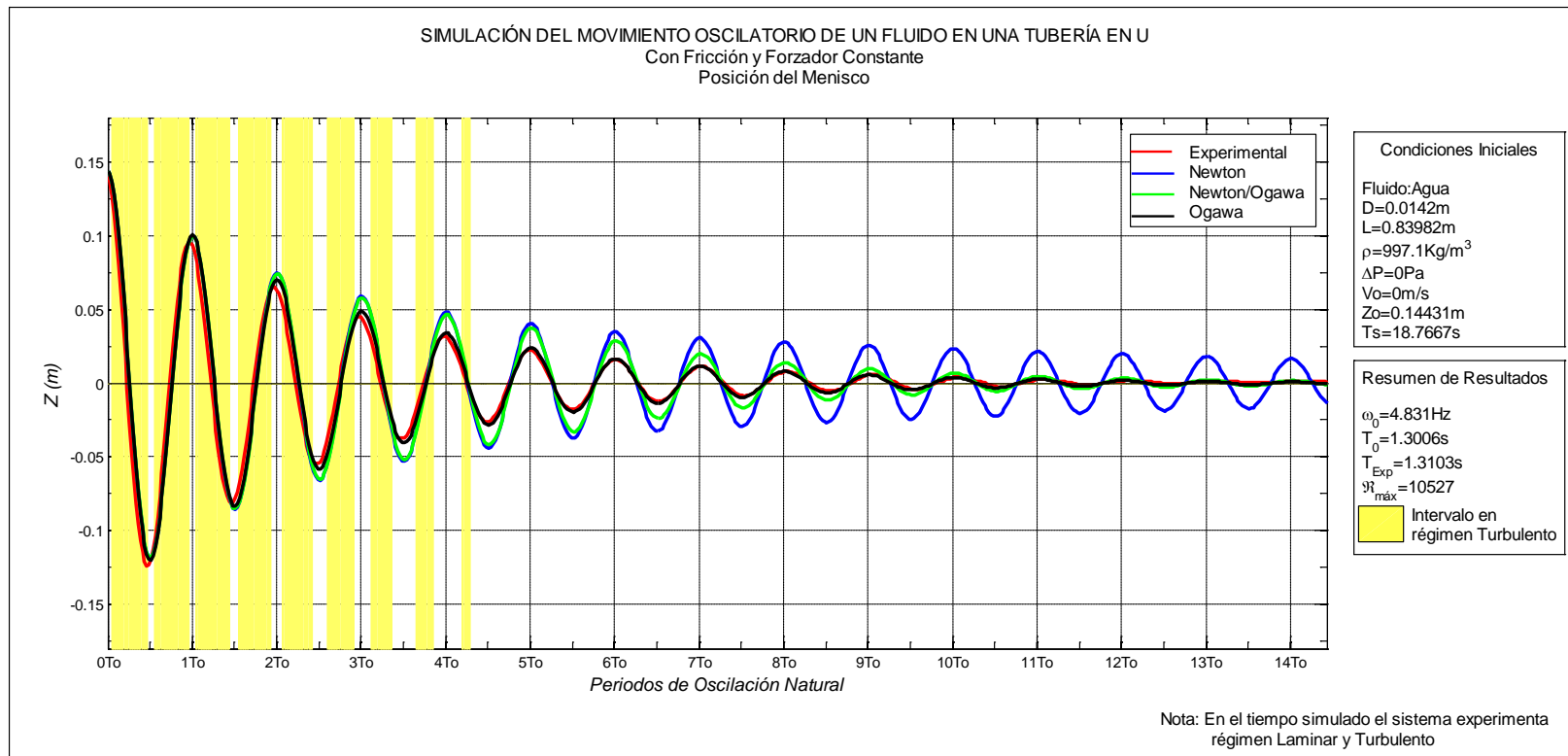
**Tabla 4-5:** Estadísticos para evaluar el desempeño de los modelos de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U (ensayo N° 14).

Modelo	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE <sub>s</sub> mm <sup>2</sup>	MSE <sub>u</sub> mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE <sub>s</sub> mm	RMSE <sub>u</sub> mm	d	r <sup>2</sup>
Newton <sup>1</sup>	-0.01	0.40	30.76	36.49	564	0.40	1.10	12.27	188.64	10.39	178.25	13.73	3.22	13.35	0.957	0.866
Newton/Ogawa et al <sup>2</sup>	-0.01	0.33	30.76	34.26	564	0.34	1.07	6.68	85.77	5.41	80.36	9.26	2.33	8.96	0.979	0.931
Ogawa et al <sup>3</sup>	-0.01	0.31	30.76	32.03	564	0.32	1.02	3.68	45.45	0.42	45.03	6.74	0.65	6.71	0.988	0.956

**Tabla 4-6:** Estadísticos para evaluar el desempeño de los modelos de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U (ensayo N° 27).

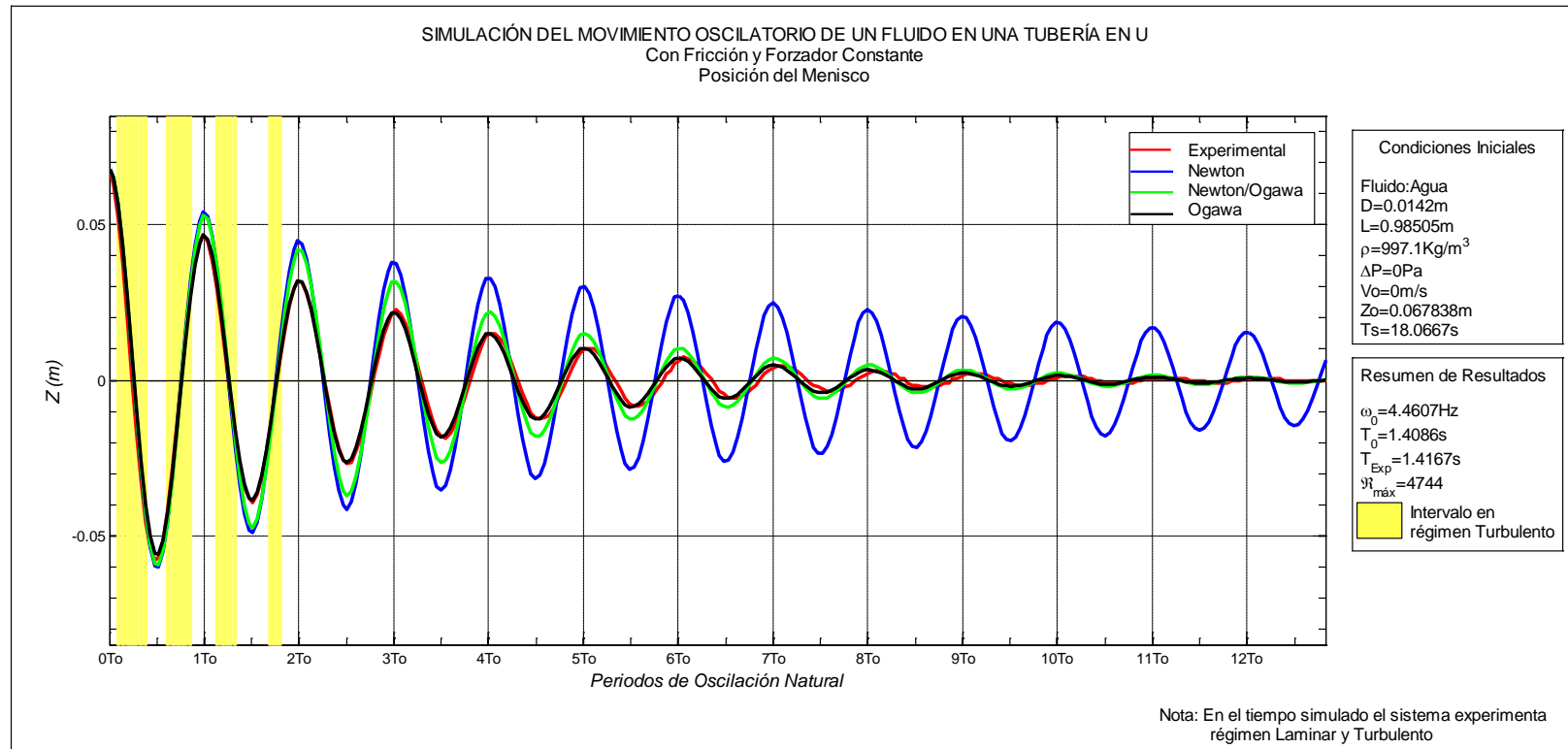
Modelo	Exp. mm	Sim. mm	S <sub>exp.</sub> mm	S <sub>sim.</sub> mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE <sub>s</sub> mm <sup>2</sup>	MSE <sub>u</sub> mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE <sub>s</sub> mm	RMSE <sub>u</sub> mm	d	r <sup>2</sup>
Newton <sup>1</sup>	-0.02	0.03	15.91	23.35	272	0.05	1.28	10.66	151.30	19.29	132.01	12.30	4.39	11.49	0.895	0.757
Newton/Ogawa et al <sup>2</sup>	-0.02	0.19	15.91	18.62	272	0.21	1.15	2.98	15.65	6.03	9.62	3.96	2.46	3.10	0.987	0.972
Ogawa et al <sup>3</sup>	-0.02	0.22	15.91	15.81	272	0.23	0.99	1.44	3.71	0.10	3.61	1.93	0.32	1.90	0.996	0.986

Nota: Los superíndices 1, 2 y 3 denotan el primer, segundo y tercer escenario de simulación respectivamente.

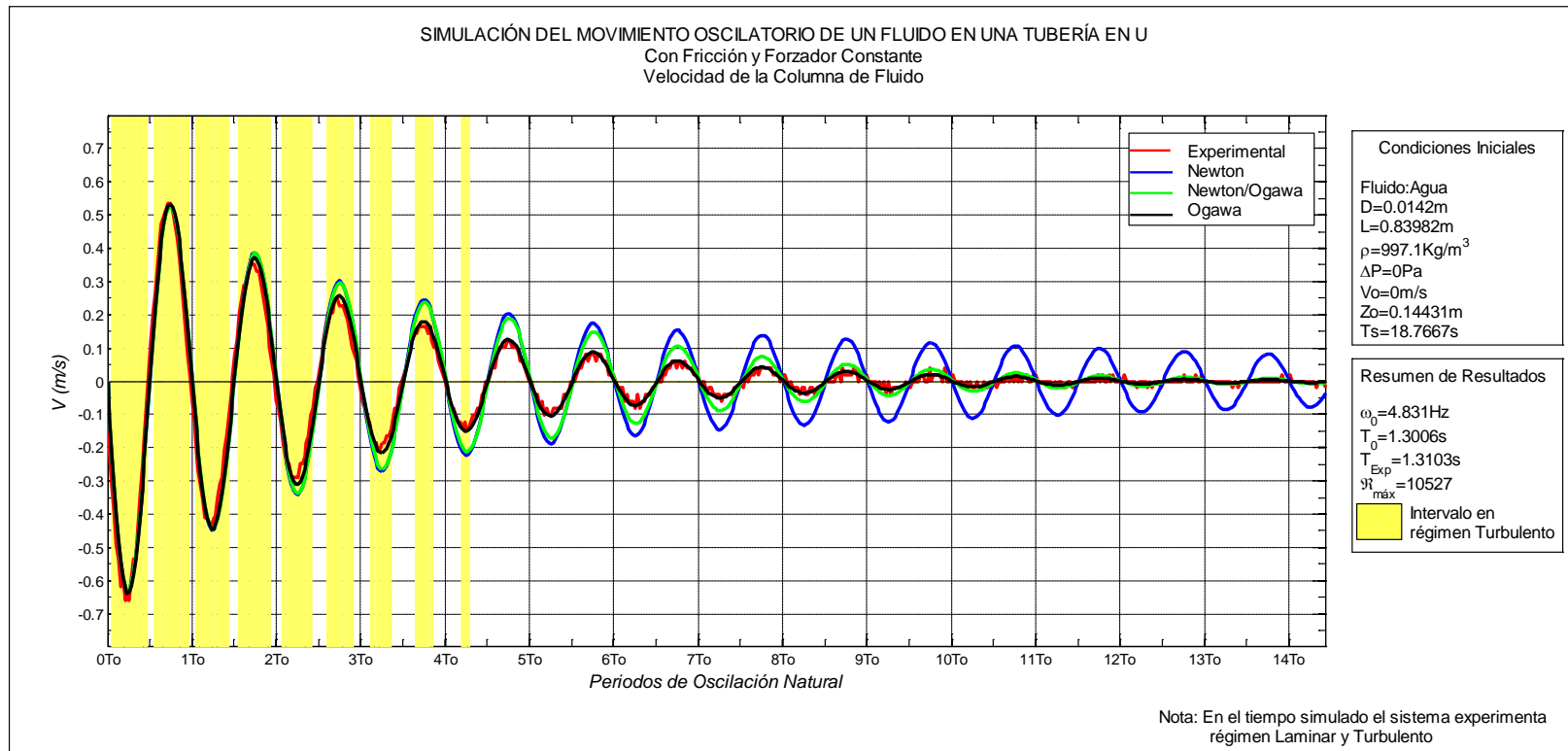


**Figura 4-15:** Posición del menisco experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).

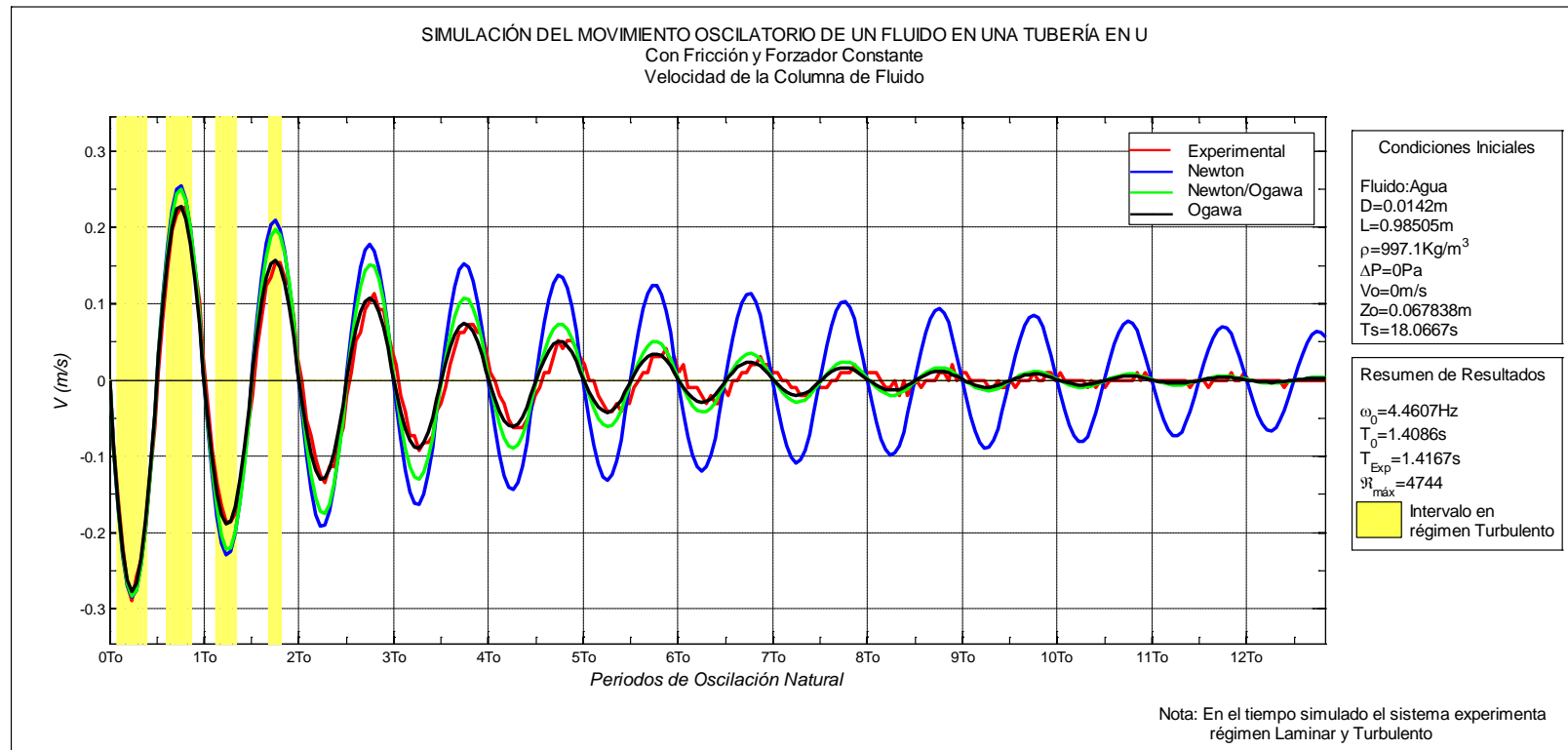




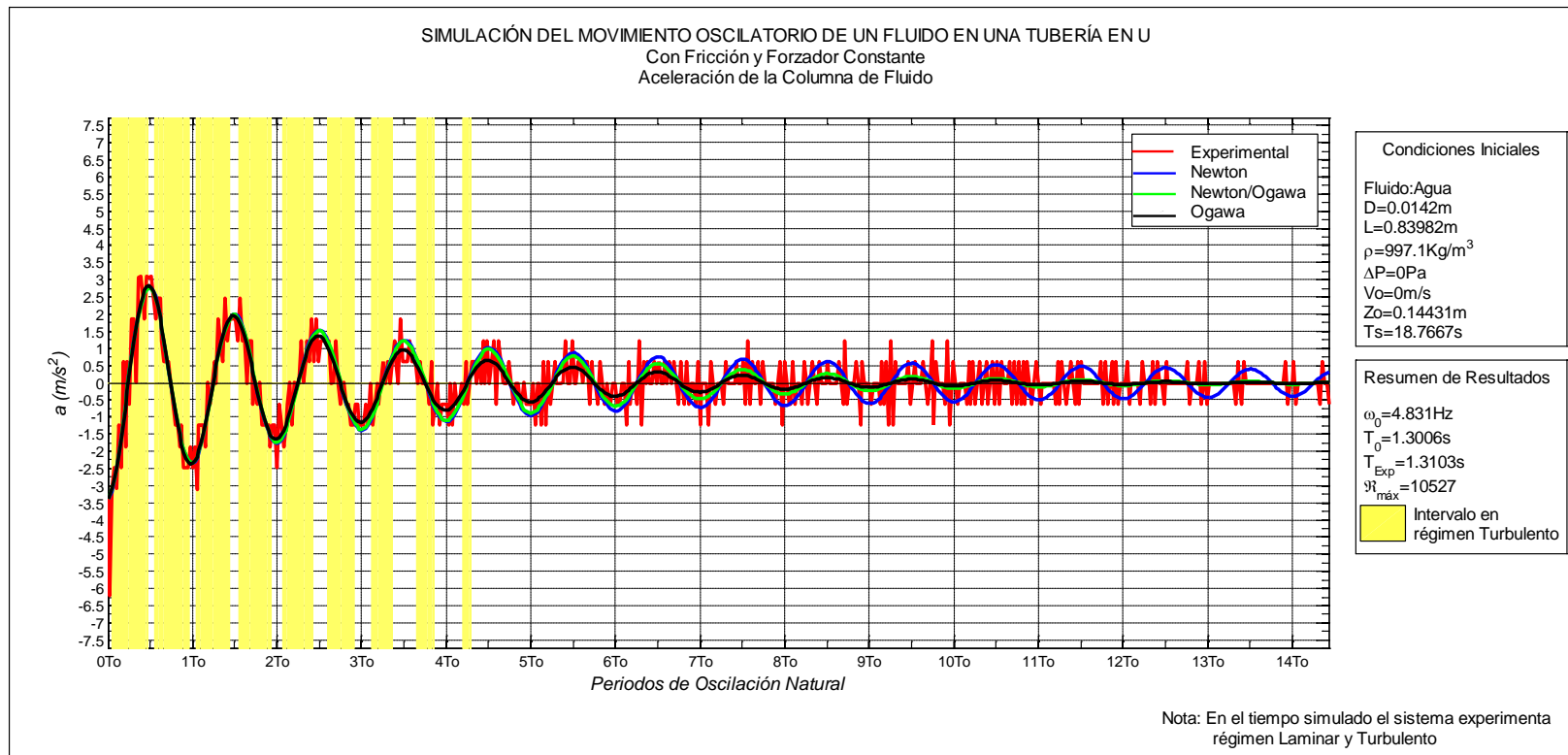
**Figura 4-16:** Posición del menisco experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).



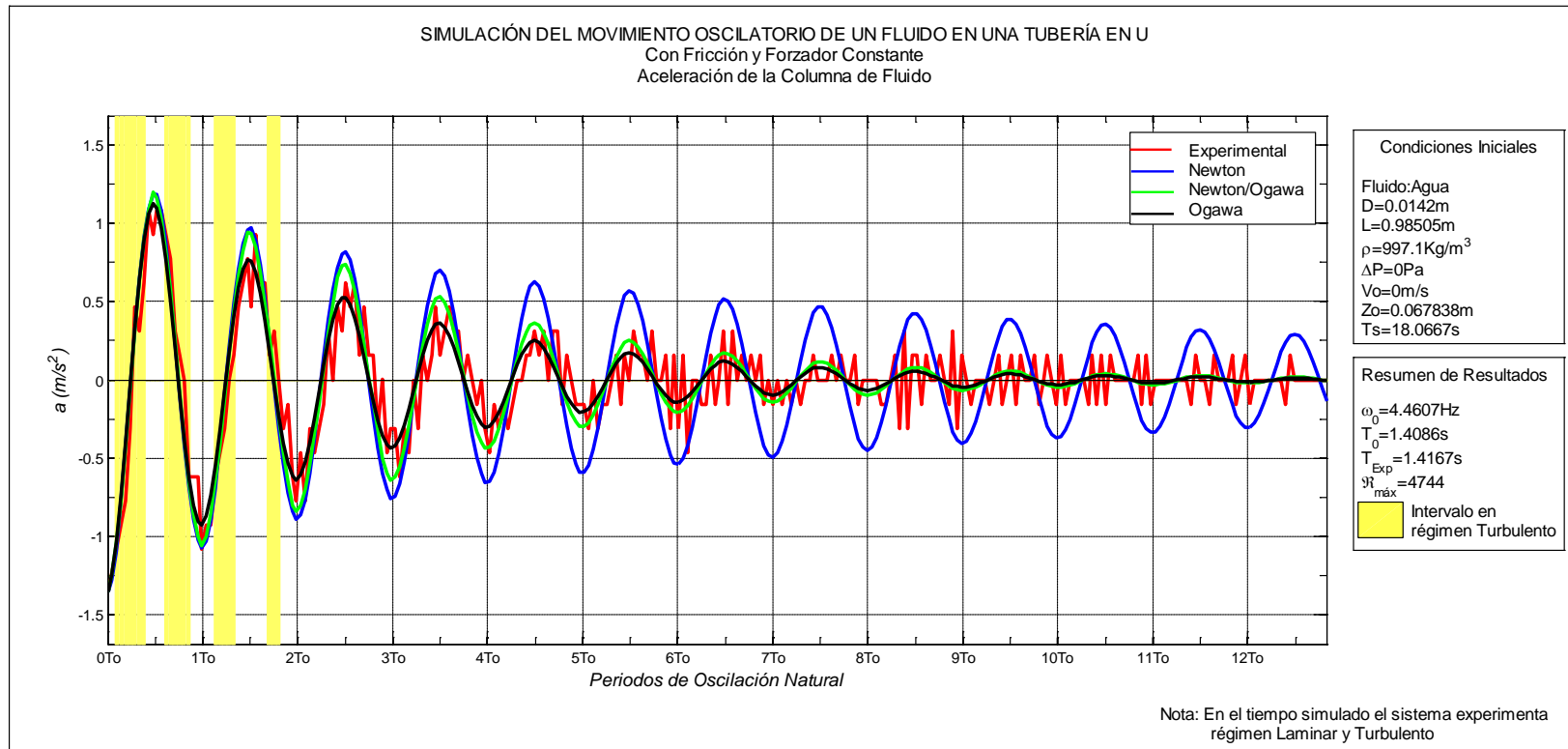
**Figura 4-17:** Velocidad de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).



**Figura 4-18:** Velocidad de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).



**Figura 4-19:** Aceleración de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 14).



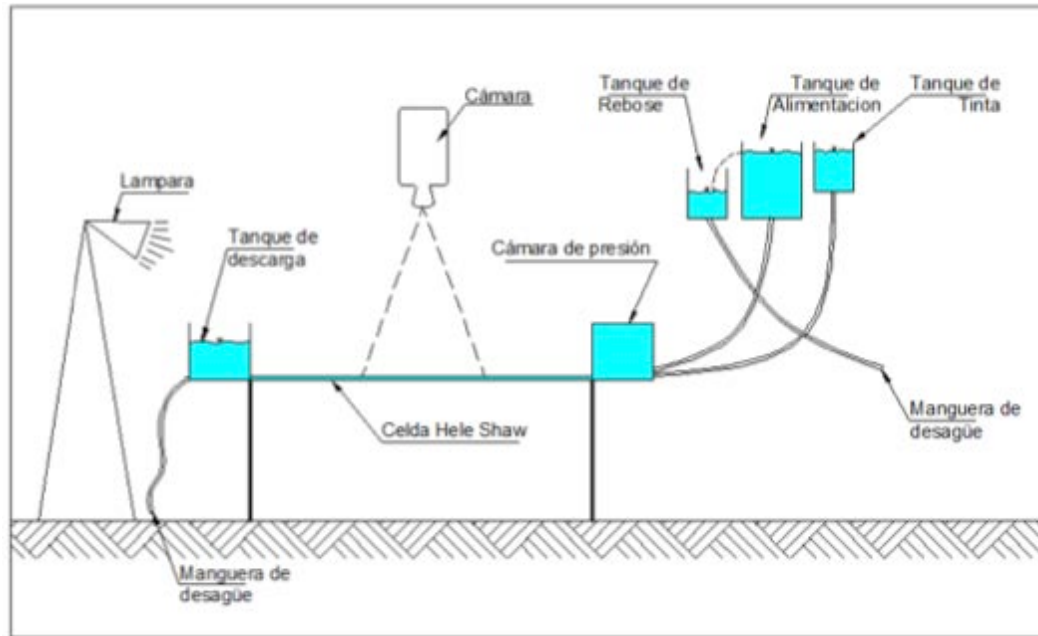
**Figura 4-20:** Aceleración de la columna de fluido experimental vs simulaciones con el modelo de Newton, Newton/Ogawa y Ogawa (ensayo N° 27).

## 4.3 Flujos potenciales

### 4.3.1 Montaje experimental

Las pruebas experimentales del flujo potencial fueron realizadas en una celda Hele Shaw. La celda Hele Shaw es un equipo que permite visualizar experimentalmente líneas de corriente en flujos permanentes, irrotacionales y bidimensionales, en torno a cuerpos de diferentes geometrías. En la Figura 4-21 se muestra un esquema del montaje experimental en general, y en la Figura 4-22 se muestra una fotografía del montaje experimental en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas. Básicamente, el experimento consiste en introducir un cuerpo con una geometría específica entre las dos placas, hacer fluir agua a través de las placas e inyectar tinta para visualizar las líneas de corriente.

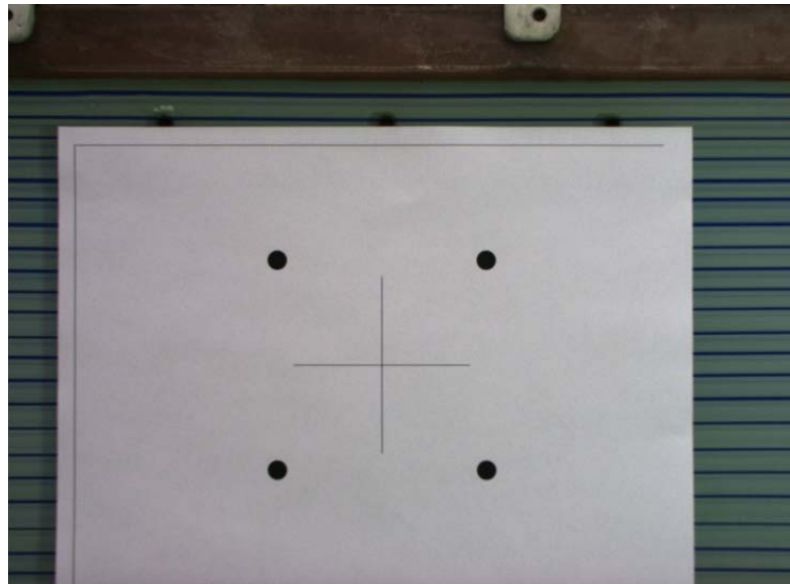
Para la captura de la información se utilizó una cámara de video, la cual fue montada sobre un soporte empotrado en la pared en la parte superior de la celda Hele Shaw y nivelada de tal forma que el eje óptico de la cámara quedara perpendicular con respecto a la celda Hele Shaw. Esto con el fin de no tener que rectificar la imagen en el procesamiento de la misma. La cámara se ubicó a una distancia aproximada de 0.6 m de la celda Hele Shaw y fue conectada a un PC, por medio del cual se configura la captura de la información (para la configuración y captura de la información se utiliza una interfaz desarrollada en MATLAB por el proyecto HORUS). Con el fin de poder generar un contraste entre las líneas de corriente y la placa inferior de la celda Hele Shaw, la placa se pintó de blanco y la generación de las líneas de corriente se realizó inyectando agua con azul de metileno. Al momento de realizar el experimento, sobre la celda Hele Shaw se colocó una hoja de papel (removible) con cuatro puntos de control (ver Figura 4-23), los cuales están separados entre sí 92 mm y son utilizados para obtener la medida, en metros, de un píxel.



**Figura 4-21:**Esquema del montaje experimental de la celda Hele Shaw.



**Figura 4-22:**Fotografía del montaje experimental de la celda Hele Shaw en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad de Minas.



**Figura 4-23:** Localización de puntos de control en la celda Hele Shaw.

### 4.3.2 Metodología para la captura y procesamiento de la información

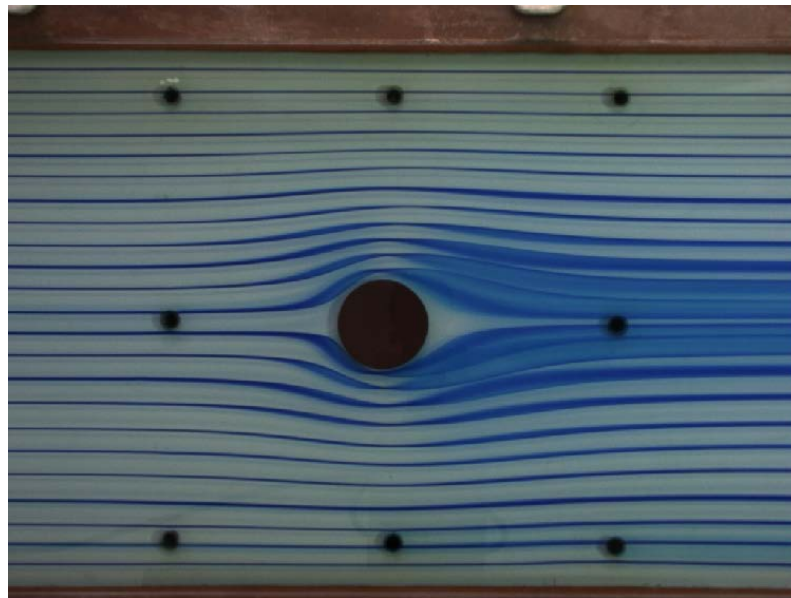
Una vez se tiene nivelado el soporte con la cámara se procede de la siguiente manera:

- a) Se cuadra manualmente el enfoque, el zoom y la apertura del iris de la cámara.
- b) A diferencia del ensayo de oscilaciones amortiguadas, donde es recomendable que el montaje del sistema sea cubierto con luz interna, en esta prueba, y de acuerdo con la ubicación de la celda Hele Shaw en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Facultad, se hizo necesario incluir una lámpara que iluminara toda la celda con luz extra para mejorar el contraste entre las líneas de corriente y el fondo de la celda. En los experimentos aquí realizados solo se utilizó un reflector iluminando la celda en el sentido de aguas abajo hacia aguas arriba (ver Figura 4-21), aunque es recomendable ubicar otro reflector en el sentido de aguas arriba hacia aguas abajo para mejorar la iluminación de la imagen. En todo caso se recomienda que los *haz de luz* de los reflectores se ubiquen paralelo a las líneas de corriente (ver Figura 4-21) con el fin de evitar un reflejo de las líneas de corriente cuando el *haz de luz* incide perpendicular a las líneas de corriente.
- c) Se coloca la hoja con los puntos de control sobre la celda Hele Shaw y se le toma una foto ("stack") (ver Figura 4-23),

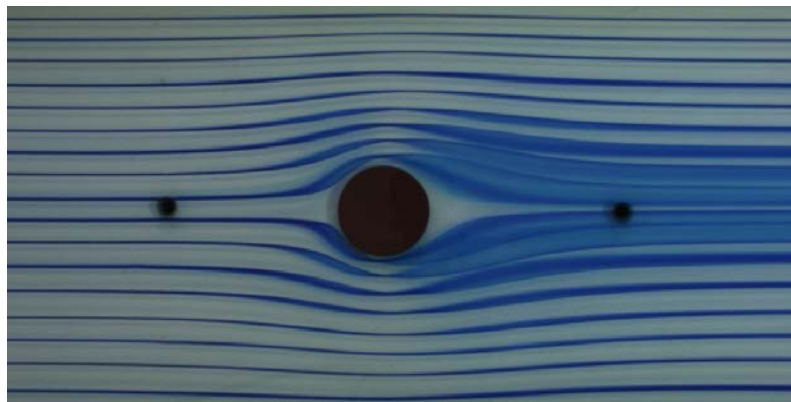


luego esta hoja se retira para capturar las imágenes del experimento. Al igual que en el ensayo de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, la imagen de los puntos de control se utiliza para obtener la medida de un pixel en metros. Por las mismas razones que fueron expuestas en la metodología para la captura y procesamiento de la información en el ensayo de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, en los ensayos de flujo potencial también es importante que el plano de captura esté perpendicular al eje óptico de la cámara (ver Figura 4-21). La medida de un pixel en metros se obtiene de una relación lineal como en el ensayo de tuberías en U.

- d) Debido a que en este ensayo el régimen debe ser laminar y permanente, no se requiere grabar un video de las líneas de corriente y por lo tanto solo se toma una foto ("stack") para el análisis de la información (ver Figura 4-24). La captura de las imágenes se realiza utilizando una interfaz desarrollada por el proyecto HORUS ([www.horusvideo.com](http://www.horusvideo.com)). Los ocho orificios pequeños que se observan en la imagen corresponden a tomas piezométricas que tiene la celda Hele Shaw y por lo tanto para el procesamiento de la imagen solo se trabaja con un área central de la imagen excluyendo los seis piezómetros localizados en el borde de la imagen (ver Figura 4-25).



**Figura 4-24:** Imagen "stack" del flujo alrededor de un cilindro.



**Figura 4-25:** Imagen "stack" recortada para el procesamiento de la información.

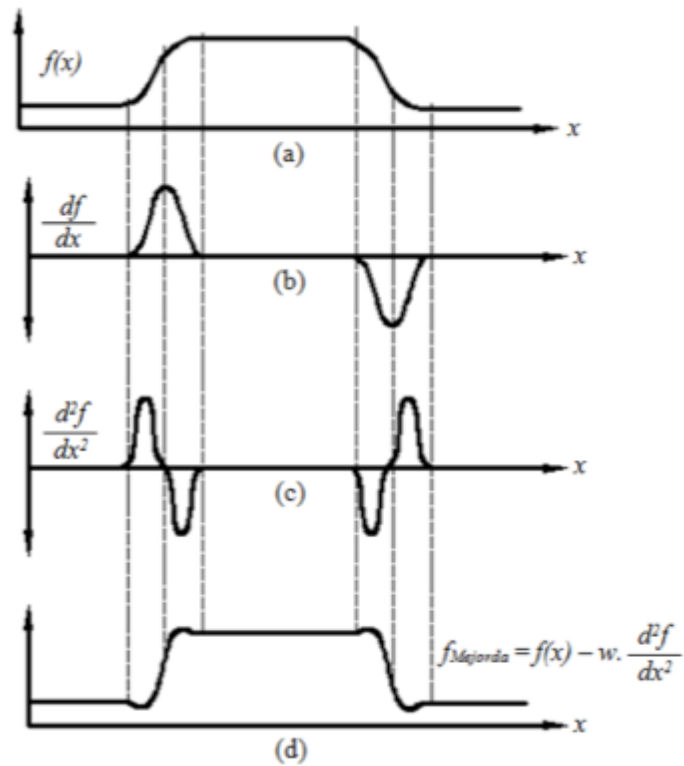
- e) Con el fin de mejorar la nitidez de la imagen recortada y resaltar las líneas de corriente, se aplica un filtro espacial (ver sección 2.4.5). Esto se logra conservando la información de baja frecuencia del plano original y enfatizando los detalles presentes en el plano a través del filtro Laplaciano. Para lograr este efecto, se resta al plano original una versión escalada del plano filtrado por acción del Laplaciano. Por lo que el plano, con una nitidez mejorada, quedaría definido como se describe en la ecuación 4.27.

$$I(x,y)_{\text{mejorado}} = I(x,y) - w \nabla^2 I(x,y) \dots \dots \dots (4.27)$$

En la Figura 4-26 se muestra la idea de cómo la imagen mejora en nitidez al hacer más evidente la presencia de sus bordes: a) muestra el perfil de intensidad unidimensional de una imagen, b) muestra la primera derivada de la señal unidimensional, donde se produce una elevación positiva en todo lugar donde la intensidad aumente y una negativa donde la intensidad disminuye, c) muestra la segunda derivada de la señal unidimensional, donde se produce un paso por cero donde se da una transición de positivo a negativo o viceversa y d) muestra como se resaltan los bordes al hacer más pronunciada la pendiente del cambio de intensidad cuando se resta al plano original una versión escalada del plano filtrado por la acción del Laplaciano.

El efecto de mejorar la nitidez de un plano se puede realizar en una sola pasada considerando  $w = 1$ , en la ecuación 4.28:

$$I(x,y)_{\text{mejorado}} = I(x,y) - (1) \nabla^2 I(x,y) \dots \dots \dots (4.28)$$



**Figura 4-26:** Aumento de la nitidez mediante la aplicación de la segunda derivada.

Aplicando una discretización de segundo orden al Laplaciano, la ecuación (4.28) toma la forma:

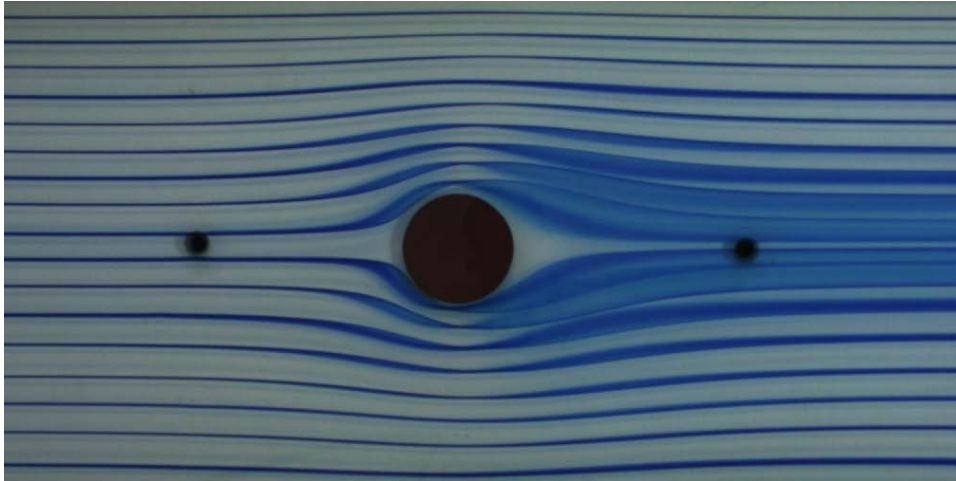
$$I(x,y)_{\text{mejorado}} = 5I(x,y) - [I(x+1,y) + I(x-1,y) + I(x,y+1) + I(x,y-1)] \dots\dots\dots (4.29)$$

O bien, expresado en un filtro, quedaría que su matriz de coeficientes estaría definida por:

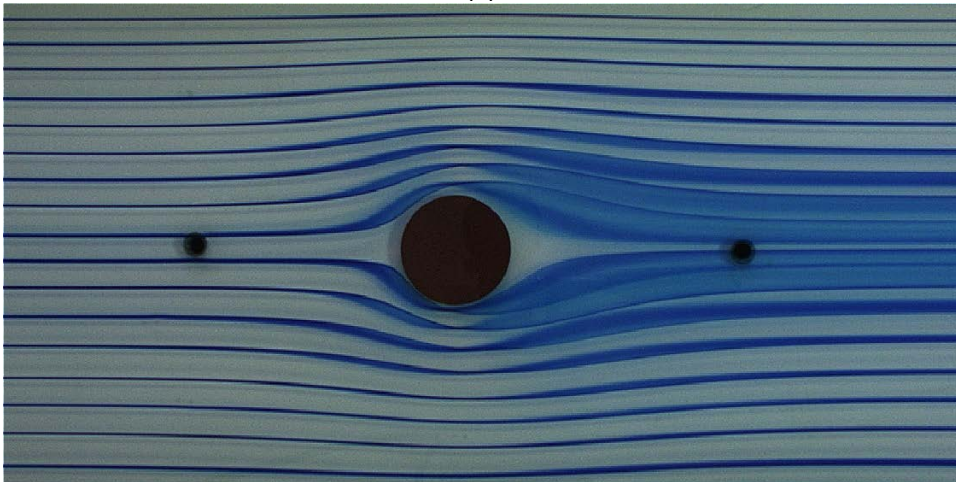
$$I(x,y)_{\text{mejorado}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.30)$$

En la Figura 4-27 se muestra un ejemplo de la imagen sin y con nitidez mejorada de la imagen a color, y en la Figura 4-28 se muestran las bandas roja, verde y azul de la imagen (ver sección 2.4.1) sin aplicarle el filtro para mejorar la nitidez y aplicándole el filtro para mejorar la nitidez de la imagen. En la Figura 4-28 se puede observar cómo la banda rojo de la imagen con nitidez mejorada ofrece mejor contraste de las líneas de corriente con el fondo de la

celda Hele-Shaw, y en la banda azul de la imagen con nitidez mejorada es mucho más fácil identificar el obstáculo y los orificios de los piezómetros.

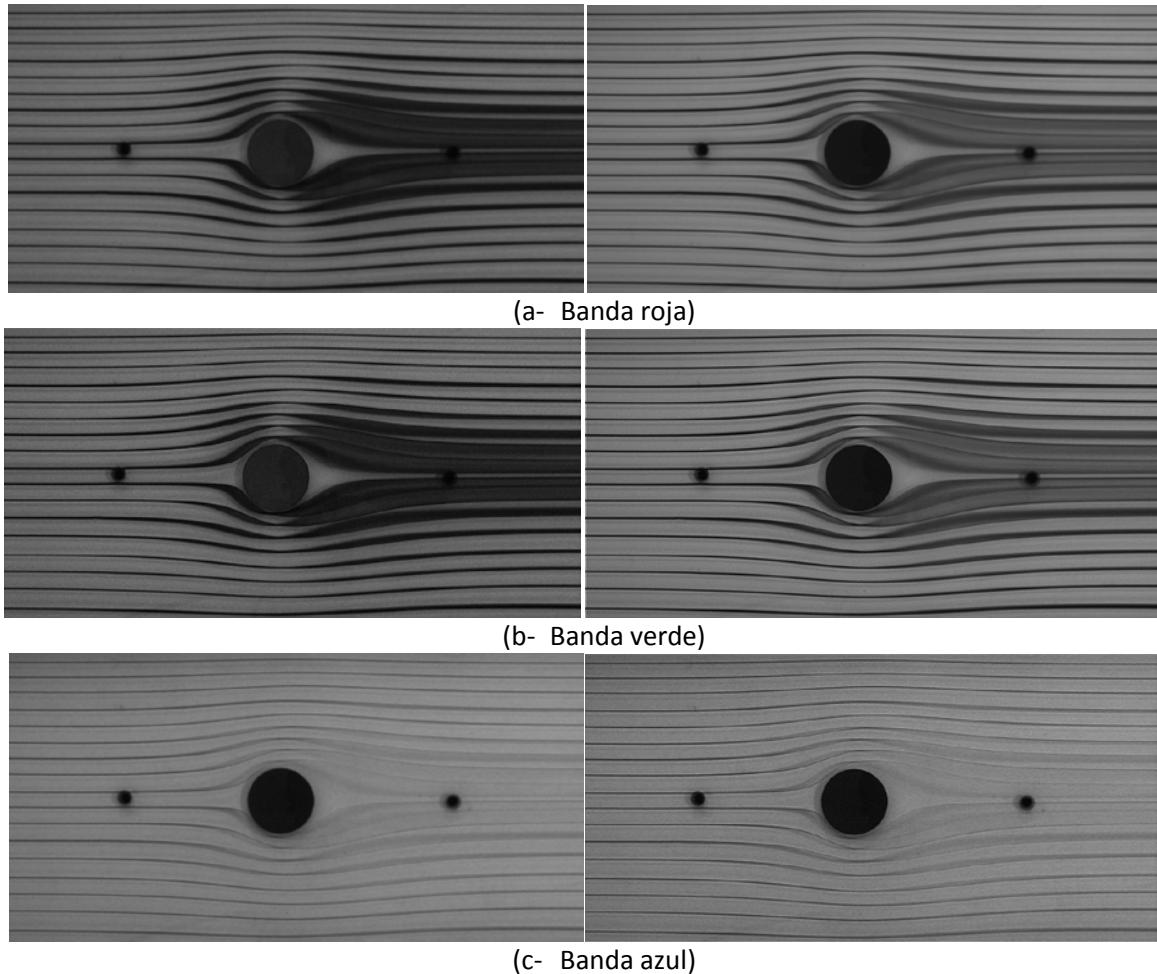


(a)



(b)

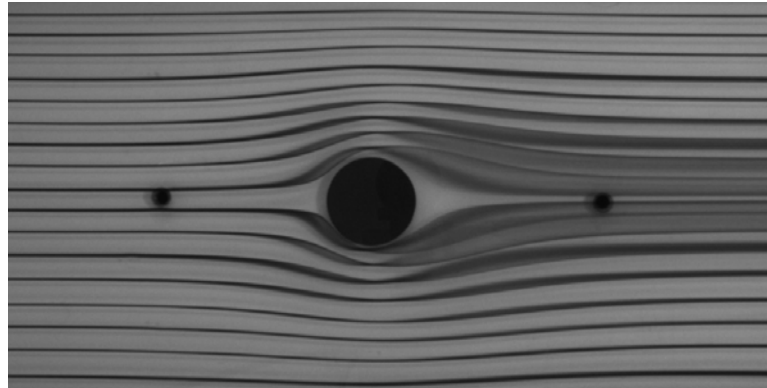
**Figura 4-27:** Imagen sin filtro para mejorar la nitidez (a),  
imagen con filtro para mejorar la nitidez (b).



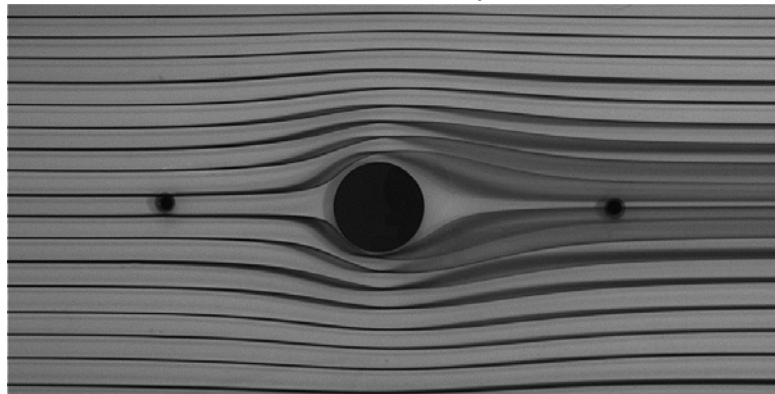
**Figura 4-28:** Banda roja imagen sin nitidez mejorada (a-izquierda) y con nitidez mejorada (a-derecha), banda verde sin nitidez mejorada (b-izquierda) y con nitidez mejorada (b-derecha), banda azul sin nitidez mejorada (c-izquierda) y con nitidez mejorada (c-derecha).

- f) La imagen a color con nitidez mejorada (ver Figura 4-27) se descompone en cada una de las bandas roja, verde y azul (ver Figura 4-29). Como la banda roja es la que ofrece un mejor contraste entre las líneas de corriente y el fondo de la celda Hele-Shaw (ver Figura 4-29 - a), el procesamiento de la imagen para obtener las líneas de corriente se trabaja con esta banda. Mientras que para obtener el cero relativo de la imagen se trabaja con la banda azul, que es la banda que mejor contraste genera entre el obstáculo y los orificios de los piezómetros con el fondo de la celda Hele-Shaw (ver Figura 4-29 - c). Es importante resaltar que el cero relativo de la imagen se halla encontrando el centro de masa del obstáculo (en caso de flujo alrededor de un obstáculo) o el centro de masa del orificio del piezómetro

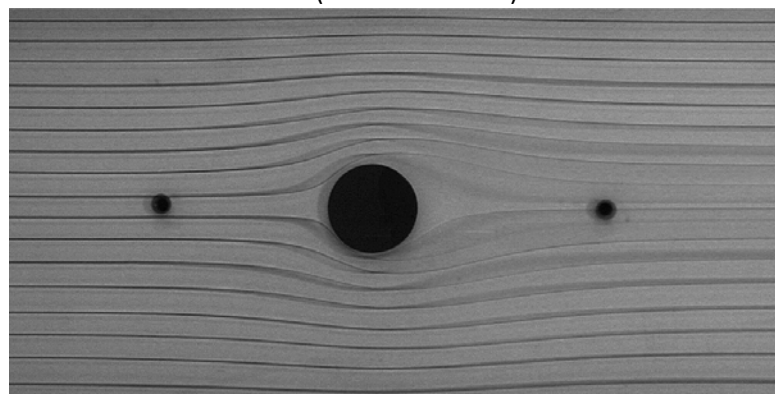
central (en el caso de que el ensayo realizado sea el de un sumidero).



(a- Banda roja)



(b- Banda verde)

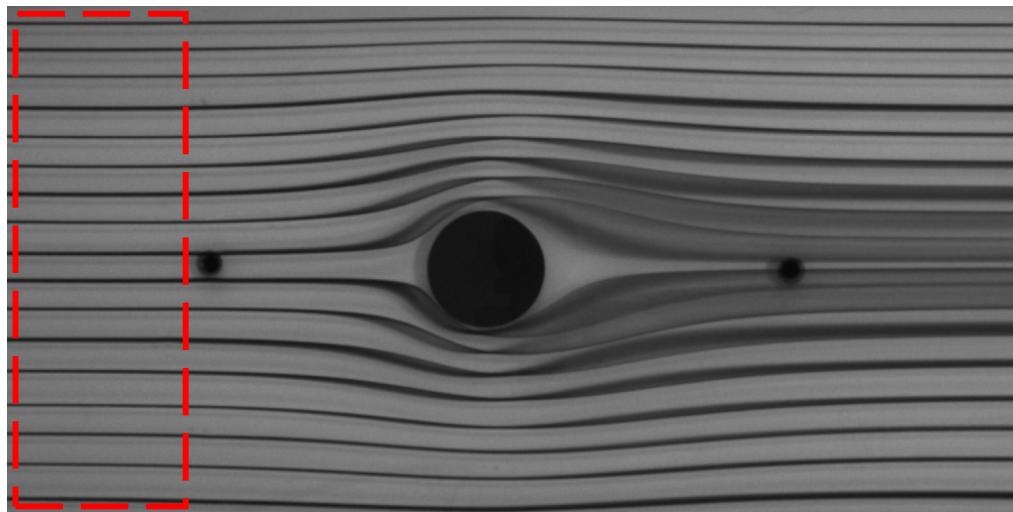


(c- Banda azul)

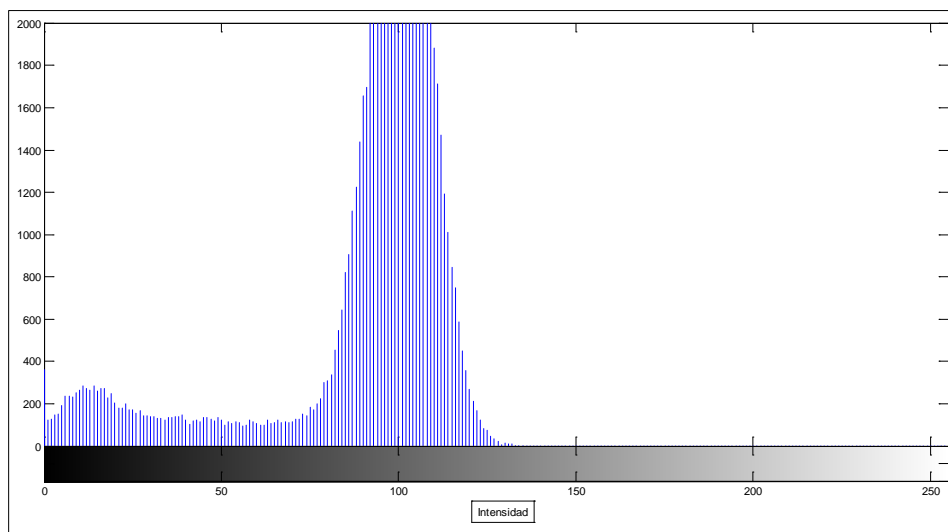
**Figura 4-29:** Banda roja imagen con nitidez mejorada (a),  
banda verde imagen con nitidez mejorada (b), banda azul  
imagen con nitidez mejorada (c).

g) Con el fin de eliminar ruido de la banda roja de la imagen (ver Figura 4-29-a) y tratar de separar las líneas de corriente del fondo de la celda Hele-Shaw, encontramos un pixel umbral. Al igual que en el ensayo de oscilaciones

amortiguadas en tuberías en U, la metodología utilizada para la selección del pixel umbral se basa en la hipótesis de que el histograma de la imagen a binarizar es bimodal. Debido a que en la imagen de las líneas de corriente existen pixeles con una intensidad diferente (los correspondientes a los orificios de los piezómetros y al obstáculo) a la intensidad de las líneas de corriente y el fondo de la celda Hele-Shaw, para hacer valida la hipótesis del histograma bidomal, solo se trabaja con el área aguas arriba de la imagen, la cual corresponde a la zona donde mejor contraste existe entre las líneas de corriente y el fondo de la celda Hele-Shaw (ver Figura 4-30). En la Figura 4-31 se muestra el histograma correspondiente al área seleccionada en la Figura 4-30.



**Figura 4-30:**Área de la imagen para obtener el pixel umbral.

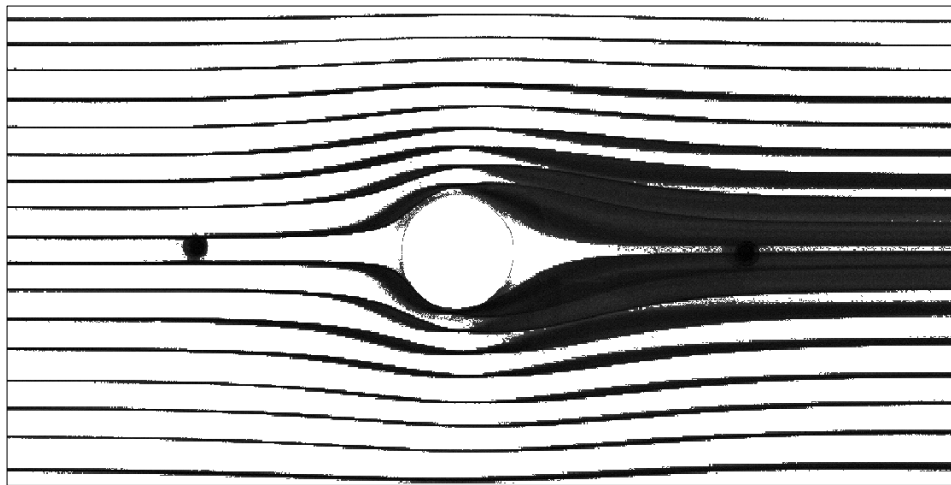


**Figura 4-31:**Histograma del área de la imagen a binarizar.



Para la selección del pixel umbral se utiliza la metodología propuesta por *Ridler-Calvard* (Pajares & De la Cruz, 2008), la cual fue descrita en el apartado de procesamiento de imágenes en el ensayo de oscilaciones amortiguadas.

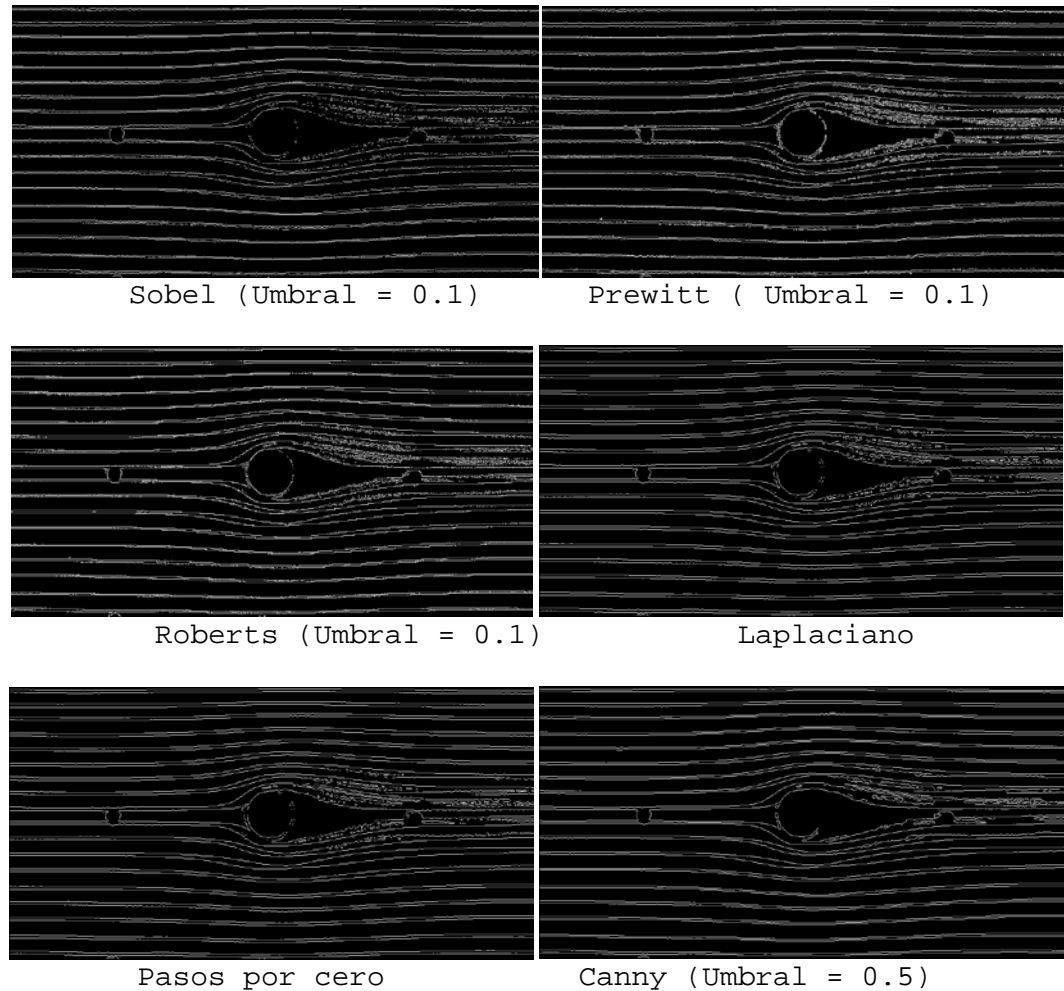
- h) Una vez obtenido el pixel umbral filtramos la imagen de la siguiente forma: a los pixeles, cuya intensidad sea mayor que el pixel umbral, se les asigna el valor de 255 (corresponden al fondo de la celda Hele-Shaw), y a los pixeles cuya intensidad sea menor que el pixel umbral se les deja el mismo valor (los correspondientes a las líneas de corriente), ver Figura 4-32.



**Figura 4-32:** Imagen filtrada con base en el pixel umbral.

- i) Una vez filtrada la imagen con base en el pixel umbral aplicamos un filtro "*Canny*". Según Cuevas et. al. (2010), el método del filtro "*Canny*" se basa en la aplicación de una serie de filtros direccionales y resoluciones diferentes, los cuales, al final, son combinados en un resultado único. El método intenta alcanzar 3 diferentes objetivos: minimizar el número de bordes falsos, obtener una mejor localización de los bordes en la imagen y entregar una imagen cuyo ancho de borde es un pixel. El filtro "*Canny*" es, en esencia, un filtro basado en métodos de gradiente, pero, sin embargo, usa también para la localización de borde como criterio la segunda derivada o Laplaciano. Es importante aclarar que se probaron varios filtros (Sobel, Prewitt, Roberts, Pasos por cero, Laplaciano y Canny), pero finalmente el que mejor resultados presentó fue el filtro "*Canny*", por ello se optó por trabajar con éste filtro. En la Figura 4-33 se muestra una imagen producto de aplicar los diferentes filtros.





**Figura 4-33:**Imagen resultado de aplicar diferentes filtros (flujo de izquierda a derecha).

Uno de los experimentos donde mayor problema se produce para detectar la continuidad de las líneas de corriente es el *flujo alrededor de un cilindro* (ver Figura 4-33). Este problema se debe al método como se generan las líneas de corriente en el laboratorio (inyección de tinta), las cuales se ven alteradas por el efecto de la capa límite, que genera un desprendimiento de estas líneas de corriente produciendo una "estela" en la zona aguas abajo del cilindro, y además hace que se presenta difusión de la tinta de estas líneas de corriente. Todos los filtros (Sobel, Prewitt, Roberts, Pasos por cero, Laplaciano y Canny) probados en esta tesis presentaron problema en esta zona, siendo el filtro "Canny" el que mejores resultados presentó.

Una forma de corregir este problema sería trabajar ensayos con números de Reynolds demasiado bajo para que las

velocidades no generen la difusión de la tinta y se disminuya el efecto de la capa límite.

- j) Cuando la imagen está binarizada producto de aplicar el filtro "Canny", se recorre la primera columna de la imagen de arriba hacia abajo, con el fin de identificar en la primera columna la posición de la fila que contiene el inicio de cada línea de corriente. Es importante resaltar que con la aplicación del filtro "Canny" se obtiene el borde superior e inferior de cada línea de corriente.
- k) Luego de tener identificada la posición de los píxeles iniciales de cada línea de corriente, tomando como referencia el pixel actual, se recorre de izquierda a derecha cada línea de corriente para ir identificando su trayectoria. Este procedimiento se hace con el borde superior e inferior de cada línea de corriente, y se asume que la línea de corriente va por la posición central entre los dos bordes. Es importante aclarar que no en todas las líneas de corriente es posible identificar su trayectoria hasta el borde derecho de la imagen, en especial las líneas que bordean el obstáculo o que entran en el sumidero (en caso de sumideros). Esto se debe a que se produce un efecto de difusión de la tinta, lo cual hace muy difícil identificar la línea de corriente.
- l) Por último, como previamente se conoce (ver inciso "c") cuánto mide un pixel en metros, se calculan las coordenadas de la trayectoria de las líneas de corriente en metros. Para realizar esta operación se toma como referencia el cero relativo de la imagen (centro de masa del obstáculo u orificio de piezómetro en caso de sumidero), y se multiplica el número de píxeles por encima o por debajo del cero relativo, por la medida de un pixel en metros.

$$Z[m] = \text{Número de píxeles} \times \text{pixel}[m] \dots (4.31)$$

### 4.3.3 Casos de aplicación

Un total de 12 pruebas con diferentes rangos de números de Reynolds fueron realizadas en laboratorio, 9 corresponden al caso de un flujo circulando alrededor de un cilindro y 3 a flujo tipo "Half Body". En la Tabla 4-7 se muestran las diferentes configuraciones utilizadas en los experimentos de flujo alrededor de un cilindro, y en la Tabla 4-8 las configuraciones utilizadas en los experimentos de flujo tipo "Half Body". Antes de cada prueba se midió la temperatura del fluido y, con base ésta, se estimó la densidad y la viscosidad cinemática del fluido utilizando datos reportados en la literatura. Los caudales fueron

aforados de forma volumétrica. En la Tabla 4-7 y Tabla 4-8, D corresponde al diámetro del obstáculo utilizado,  $Q_0$  al caudal aguas arriba del obstáculo,  $Q_s$  al caudal que sale por el sumidero y  $Re$  al número de Reynolds.

**Tabla 4-7:** Configuraciones realizadas en laboratorio para el flujo alrededor de un cilindro.

N° Exp.	T °C	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Visc._Cinemática m <sup>2</sup> /s	D cm	$Q_0$ cm <sup>3</sup> /s	Re
1	21.00	998.20	9.84572E-07	3.00	15.49	129.67
2	21.10	998.20	9.82348E-07	3.00	31.05	260.52
3	21.10	998.20	9.82348E-07	3.00	46.57	390.78
4	21.00	998.20	9.84572E-07	3.00	56.79	475.47
5	21.30	998.20	9.77900E-07	4.00	10.40	87.63
6	21.30	998.20	9.77900E-07	4.00	15.59	131.45
7	21.30	998.20	9.77900E-07	4.00	31.19	262.90
8	21.20	998.20	9.80124E-07	4.90	15.56	130.85
9	21.20	998.20	9.80124E-07	4.90	25.93	218.09

**Tabla 4-8:** Configuraciones realizadas en laboratorio para el flujo tipo Half Body.

N° Exp.	T °C	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Visc._Cinemática m <sup>2</sup> /s	$Q_0$ cm <sup>3</sup> /s	$Q_s$ cm <sup>3</sup> /s	Re <sup>1</sup>
1	20.90	998.20	9.86796E-07	55.80	17.39	466.10
2	20.90	998.20	9.86796E-07	49.91	17.30	416.92
3	20.90	998.20	9.86796E-07	39.51	16.63	330.03

### 4.3.4 Análisis de errores

Debido a que no se tiene un instrumento de medida adicional que nos permita obtener la trayectoria de las líneas de corriente en la celda Hele-Shaw y, así poder comparar los resultados con la metodología de las imágenes, al igual que en los ensayos de oscilaciones amortiguadas, se confrontaran los resultados experimentales con los resultados de los modelos teóricos utilizando los estadísticos propuestos por Willmott (1981,1982).

Como ya fue mencionado, según Jiménez Mejía (2009), el error sistemático depende, entre otros factores de: a) el estado de calibración de los instrumentos de medida y b) de los procedimientos experimentales. En el caso del estudio de los flujos potenciales en la celda Hele-Shaw, el efecto del confinamiento de las paredes en la celda, la separación de las placas de la celda, la nivelación de la celda, son factores que pueden generar deformación en los patrones de flujo de las líneas de corriente adicionales al proceso de medida con las cámaras de vídeo. Por otro lado, el error no sistemático se ve afectado por

el aforo volumétrico de los caudales y la separación de las placas de la celda, lo cuales son parámetros que entran en el modelo teórico.

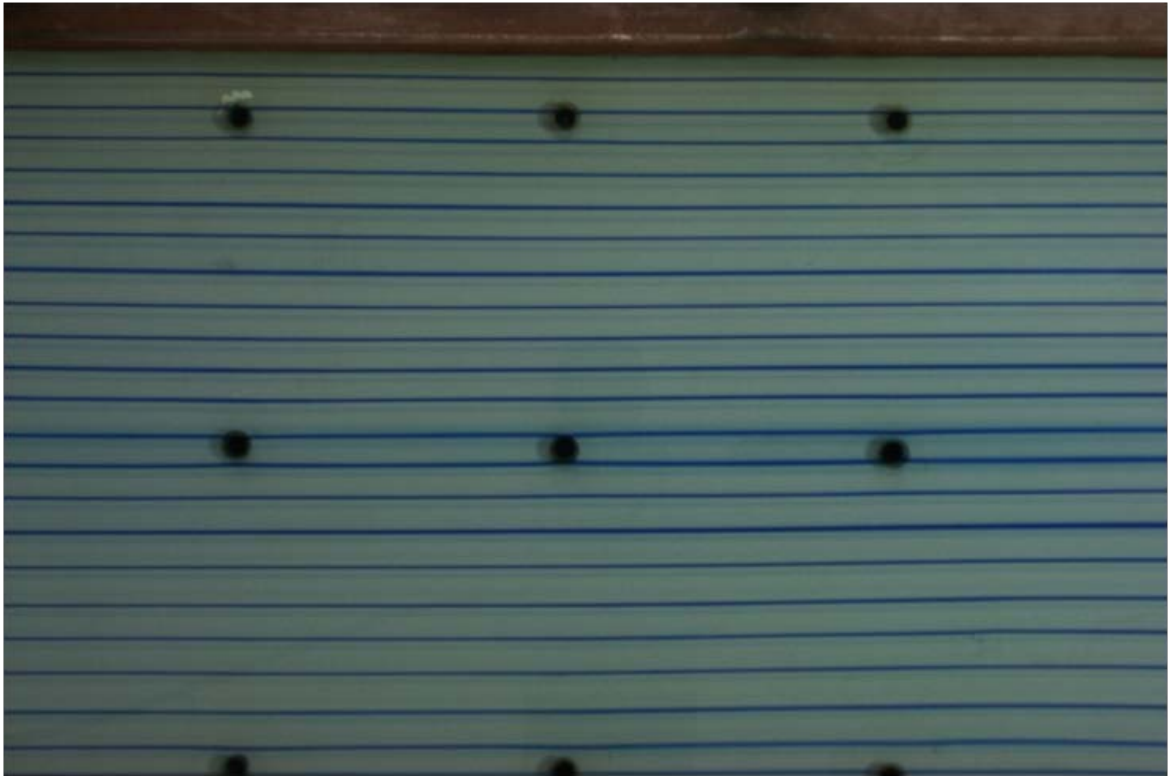
#### 4.3.4.1 Análisis de estadísticos del flujo rectilíneo uniforme

Como primer caso de aplicación de la técnica de video a los flujos en la celda Hele-Shaw, se presenta a continuación el análisis del error para el flujo rectilíneo uniforme que es el caso más sencillo de los modelos del flujo potencial, el cual se realiza con velocidad uniforme y constante, y las líneas de corriente deben ser paralelas entre sí. Debido a que las líneas de corriente deben mantenerse rectas, se considera que los errores debidos a la configuración de la celda Hele Shaw (efectos de la capa límite alrededor de un obstáculo y del sumidero generado en la celda, tal como se verá más adelante) y al método de aforo de caudales (aforo volumétrico) deben ser pequeños.

En la Figura 4-34 se muestra una imagen "stack" del flujo rectilíneo uniforme (sentido del flujo de izquierda a derecha), con un caudal de prueba de  $39.51 \text{ cm}^3/\text{s}$  y un número de Reynolds de 330.03. En la Tabla 4-9 se presentan los resultados de los estadísticos para este ensayo, de los cuales se pueden hacer los siguientes comentarios: en todas las líneas de corriente el  $r^2$  fue igual a cero, el mejor "index of agreement" fue de 0.48 con un promedio de 0.42. El máximo error medio absoluto obtenido fue del orden 1.15 mm, y el máximo  $RMSE_s$  fue del orden de 1.27 mm ( $\pm 4 \text{ pixeles}$ ).

En la Figura 4-35 se muestra el error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, la trayectoria de las líneas de corriente experimentales vs simuladas, y una imagen "stack" del flujo uniforme rectilíneo. En la figura se puede observar que el máximo error relativo fue del orden de 45%, presentándose cerca de la zona del piezómetro central, en el resto de las zonas el error relativo se mantuvo por debajo del 15%. Observando las líneas de corrientes simuladas (rojas) vs las experimentales (azul), se aprecian mayores diferencias en la parte superior de la imagen y del centro hacia la derecha.

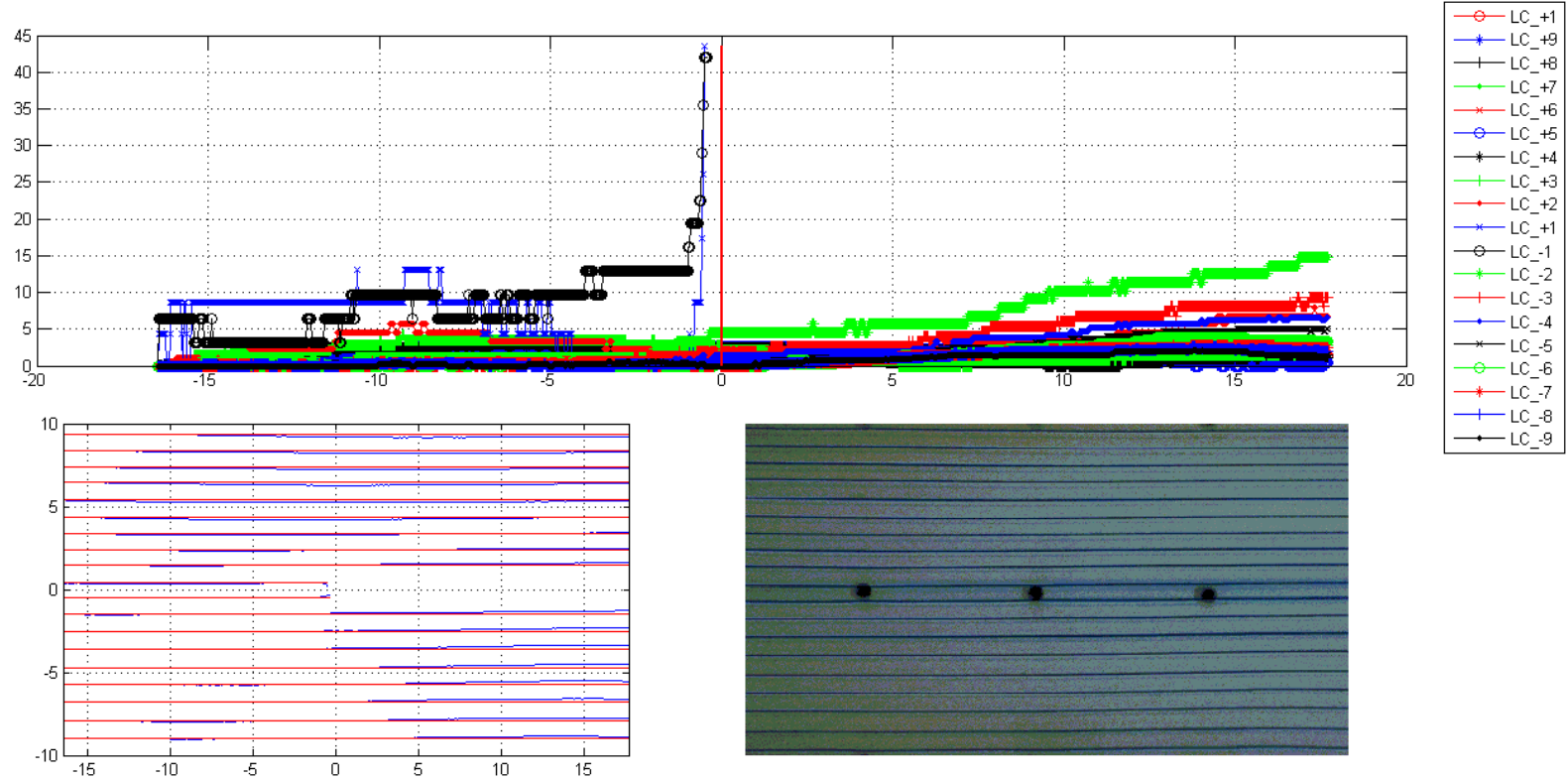
En términos generales se puede decir que los bajos  $RMSE_s$  obtenidos, ratifican el potencial de la técnica de video.



**Figura 4-34:**Imagen "stack" del flujo rectilíneo uniforme (sentido del flujo de izquierda a derecha).

**Tabla 4-9:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo rectilíneo uniforme

LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+10	92.46	93.53	0.57	0.00	1004	93.53	0.00	1.07	1.48	1.48	0.00	1.22	1.22	0.00	0.42	0.00
+9	82.67	83.82	0.55	0.00	1004	83.82	0.00	1.15	1.62	1.62	0.00	1.27	1.27	0.00	0.40	0.00
+8	72.86	73.94	0.44	0.00	1004	73.94	0.00	1.08	1.35	1.35	0.00	1.16	1.16	0.00	0.38	0.00
+7	63.62	64.74	0.47	0.00	1004	64.74	0.00	1.12	1.48	1.48	0.00	1.22	1.22	0.00	0.36	0.00
+6	52.83	53.84	0.41	0.00	1004	53.84	0.00	1.01	1.18	1.18	0.00	1.09	1.09	0.00	0.37	0.00
+5	42.88	43.61	0.43	0.00	1004	43.61	0.00	0.73	0.72	0.72	0.00	0.85	0.85	0.00	0.44	0.00
+4	33.34	33.73	0.48	0.00	1004	33.73	0.00	0.53	0.38	0.38	0.00	0.62	0.62	0.00	0.47	0.00
+3	23.92	24.19	0.46	0.00	1004	24.19	0.00	0.46	0.29	0.29	0.00	0.54	0.54	0.00	0.44	0.00
+2	15.04	14.99	0.55	0.00	1004	14.99	0.00	0.48	0.31	0.31	0.00	0.56	0.56	0.00	0.12	0.00
+1	3.67	3.92	0.18	0.00	469	3.92	0.00	0.25	0.09	0.09	0.00	0.31	0.31	0.00	0.43	0.00
-1	-4.83	-5.28	0.27	0.00	472	-5.28	0.00	0.45	0.28	0.28	0.00	0.52	0.52	0.00	0.38	0.00
-2	-14.26	-14.99	0.71	0.00	1004	-14.99	0.00	0.76	1.03	1.03	0.00	1.01	1.01	0.00	0.46	0.00
-3	-24.65	-25.39	0.76	0.00	1004	-25.39	0.00	0.74	1.12	1.12	0.00	1.06	1.06	0.00	0.46	0.00
-4	-35.19	-35.95	0.84	0.00	1004	-35.95	0.00	0.76	1.27	1.27	0.00	1.13	1.13	0.00	0.46	0.00
-5	-46.70	-47.36	0.91	0.00	1004	-47.36	0.00	0.74	1.27	1.27	0.00	1.13	1.13	0.00	0.46	0.00
-6	-56.64	-57.24	0.86	0.00	1004	-57.24	0.00	0.68	1.10	1.10	0.00	1.05	1.05	0.00	0.46	0.00
-7	-67.09	-67.64	0.80	0.00	1004	-67.64	0.00	0.69	0.93	0.93	0.00	0.96	0.96	0.00	0.46	0.00
-8	-78.76	-79.39	0.75	0.00	1004	-79.39	0.00	0.69	0.96	0.96	0.00	0.98	0.98	0.00	0.47	0.00
-9	-89.50	-90.13	0.67	0.00	1004	-90.13	0.00	0.64	0.83	0.83	0.00	0.91	0.91	0.00	0.48	0.00



**Figura 4-35:** (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental vs simulaciones, (c) Imagen "stack" del ensayo del flujo uniforme rectilíneo.

#### 4.3.4.2 Análisis de estadísticos del flujo alrededor de un cilindro

Para simular el cilindro en la celda Hele-Shaw se utilizaron tres moldes de caucho de 3 cm, 4 cm y 4.9 cm de diámetro. En las Tabla 4-10 a 4-11 se muestran los valores mínimos, promedios y máximos obtenidos del  $RMSE_s$  para las líneas de corriente en estos ensayos. Observando los resultados del  $RMSE_s$ , podemos decir que el menor error promedio obtenido en una línea de corriente fue del orden de 0.14 mm, y el máximo error promedio obtenido en una línea de corriente fue del orden de 2.37 mm, y sabiendo que en las pruebas realizadas el tamaño de un pixel fue del orden de 0.3405 mm, el error mínimo promedio fue de  $\pm 1 \text{ pixeles}$  y el máximo promedio de  $\pm 7 \text{ pixeles}$ . Estos bajos errores promedios sugieren que la técnica de video es adecuada para la obtención de la trayectoria de las líneas de corriente en una celda Hele-Shaw.

De los nueve experimentos realizados en estos ensayos, se han seleccionado dos para reportar el resto de los estadísticos propuestos por Willmott (1981,1982), de acuerdo con los siguientes criterios: que los experimentos presenten diferencias marcadas en el número de Reynolds y en el valor del  $RMSE_s$ . Teniendo en cuenta este criterio, se escogieron el experimento N°4 (diámetro 3 cm) y el N°9 (diámetro 9 cm), experimentos que presentaron el menor y el mayor  $RMSE_s$ , y además el número de Reynolds también presenta una diferencia marcada, 475.47 y 218.09, respectivamente.

**Tabla 4-10:**  $RMSE_s$  mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de 3cm.

N° Experimento	Reynolds	RMSEs_mín.	RMSEs_med.	RMSEs_máx.
		mm	mm	mm
1	129.67	0.27	0.90	1.60
2	260.52	0.40	0.83	1.30
3	390.78	0.35	0.91	1.56
4	475.47	0.24	1.01	2.37
	Mínimo	0.24	0.83	1.30
	Promedio	0.32	0.91	1.71
	Máximo	0.40	1.01	2.37



**Tabla 4-11:** RMSE<sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de 4 cm.

N° Experimento	Reynolds	RMSEs_mín.	RMSEs_med.	RMSEs_máx.
		mm	mm	mm
5	87.63	0.27	0.92	1.58
6	131.45	0.26	0.89	1.61
7	262.90	0.29	0.77	1.64
Mínimo		0.26	0.77	1.58
Promedio		0.27	0.86	1.61
Máximo		0.29	0.92	1.64

**Tabla 4-12:** RMSE<sub>s</sub> mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro con diámetro de 4.9 cm.

N° Experimento	Reynolds	RMSEs_mín.	RMSEs_med.	RMSEs_máx.
		mm	mm	mm
8	130.85	0.40	0.98	1.89
9	218.09	0.14	1.01	1.64
Mínimo		0.14	0.98	1.64
Promedio		0.27	0.99	1.77
Máximo		0.40	1.01	1.89

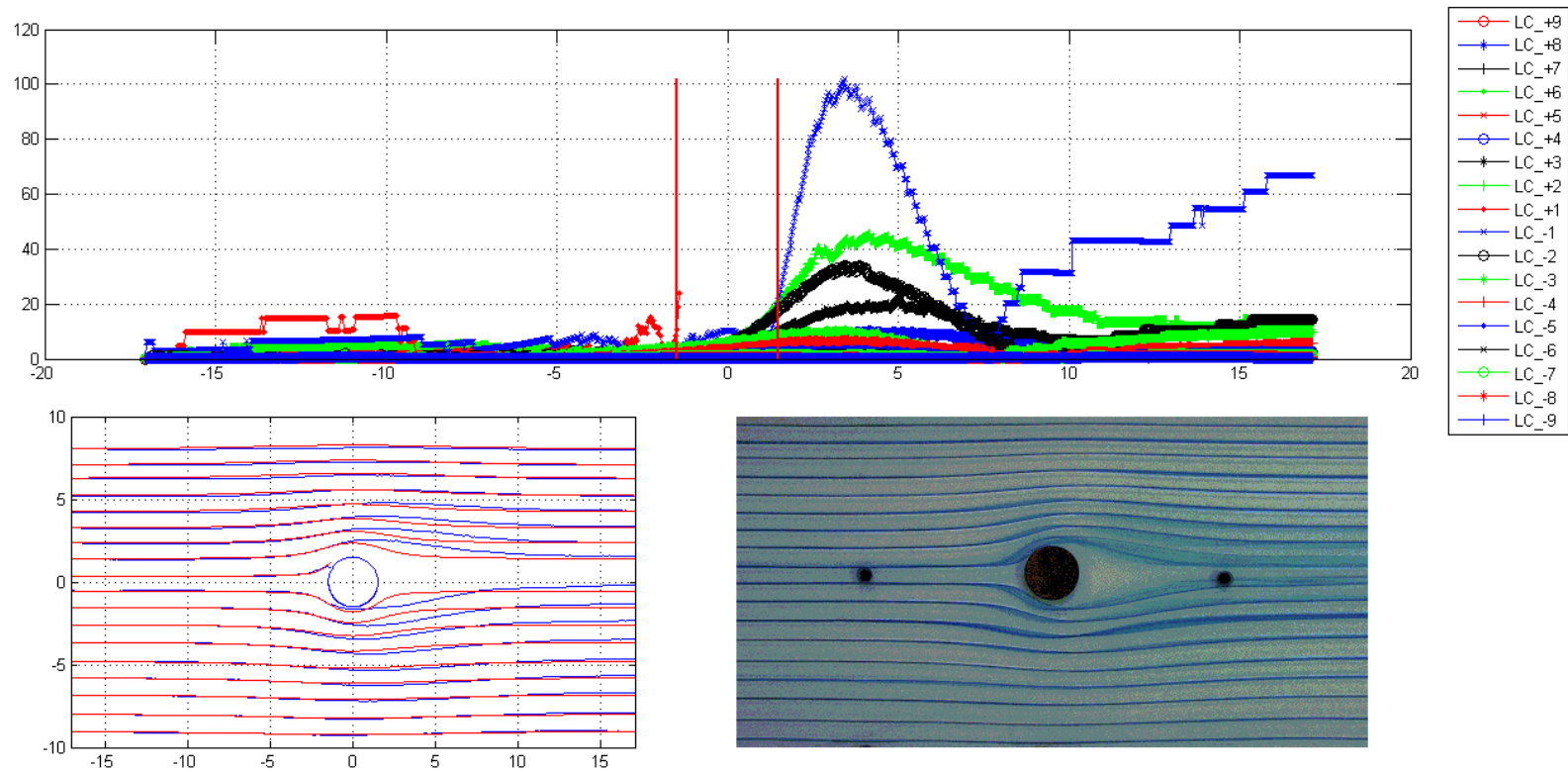
En la Tabla 4-13 y en la Tabla 4-14 se presentan los resultados de los estadísticos de los ensayos N° 4 y N°9. De acuerdo con los estos resultados se pueden hacer los siguientes comentarios: a) en ambos casos se puede observar que los estadísticos varían entre las líneas de corriente para un mismo ensayo (en el resto de los ensayos no reportados también se presentó el mismo comportamiento). Este resultado puede sugerir que existe un error no asociado a la técnica de video, pero si a la celda Hele-Shaw, tal vez el confinamiento de las pares de la celda y el efecto de la capa límite alrededor del cilindro producen deformación del patrón de las líneas de corriente; b) en ambos casos el "index of agreement" y el coeficiente de determinación muestran ser consistentes entre sí. Los parámetros de la regresión ( $a$  y  $b$ ) y error absoluto medio muestran ser consistentes con el "index of agreement" y el coeficiente de determinación, obteniéndose los mejores ajustes y menores errores absolutos medios en las líneas de corriente donde se obtuvieron los mejores "index of agreement" y coeficientes de determinación.

En la Figura 4-36 y en la Figura 4-37 se muestran el error de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, la trayectoria de las líneas de corriente experimental vs simuladas, y una imagen

"stack" del ensayo, para los dos casos reportados. En las figuras se puede observar que los mayores errores relativos se dan en la zona aguas abajo del cilindro. En las líneas alrededor del cilindro se puede observar el efecto de la capa límite, la cual produce un desprendimiento de estas líneas de corriente produciendo una "estela" en la zona aguas abajo del cilindro, adicionalmente a la presencia de una zona de difusión de la tinta de estas las líneas de corriente. También se puede observar la simetría con respecto al eje horizontal del campo de flujo, aunque en el sentido de aguas arriba hacia aguas abajo se pierde un poco la simetría del patrón de las líneas de corriente, debido a irregularidades en la superficie de contacto de los cilindros con el fluido. En ambos casos el error relativo a lo largo de las líneas de corriente se mantuvo por debajo del 25% en la zona aguas arriba del cilindro, mientras que en la zona aguas abajo del cilindro, en las líneas más cercanas al obstáculo, alcanzó un valor del orden 100% para el ensayo N° 4 y de 40% para el ensayo N° 9.

**Tabla 4-13:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para la circulación alrededor de un cilindro (ensayo N° 4)

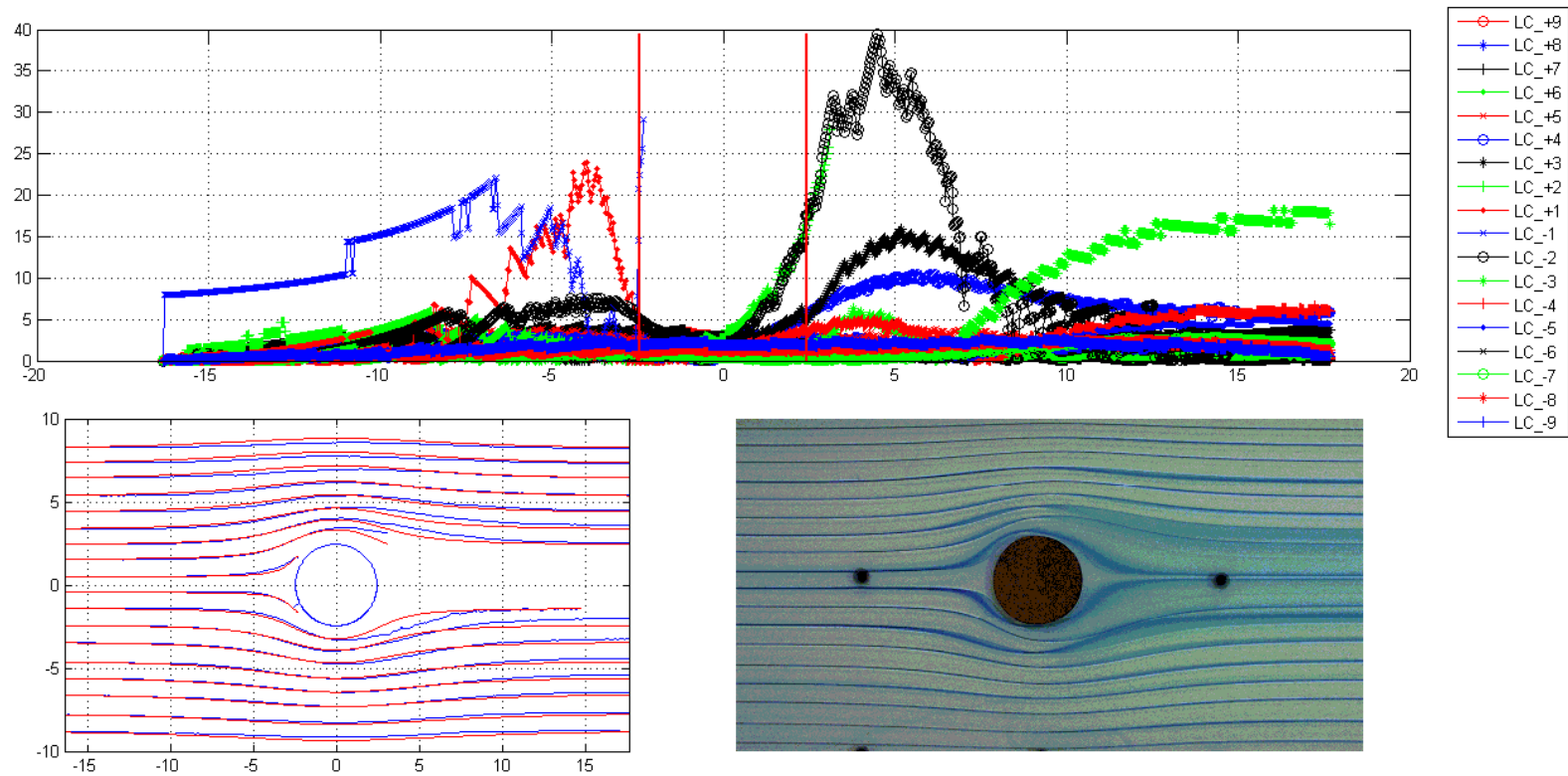
LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+9	80.42	81.50	0.44	0.74	1005	-34.82	1.45	1.08	1.33	1.20	0.14	0.13	1.09	0.37	0.51	0.74
+8	71.43	72.06	0.70	0.86	1005	-8.99	1.13	0.63	0.50	0.40	0.10	0.05	0.63	0.32	0.82	0.86
+7	63.11	63.98	0.89	0.99	1005	-0.53	1.02	0.86	0.90	0.75	0.15	0.09	0.86	0.39	0.79	0.84
+6	53.28	53.54	1.39	1.19	1005	13.08	0.76	0.57	0.48	0.18	0.30	0.05	0.42	0.55	0.93	0.79
+5	44.26	43.95	1.86	1.43	1005	17.28	0.60	1.05	1.43	0.65	0.78	0.14	0.80	0.88	0.86	0.62
+4	34.97	34.18	2.43	1.74	1005	13.43	0.59	1.27	2.53	1.60	0.94	0.25	1.26	0.97	0.85	0.69
+3	26.02	25.07	3.11	2.11	1005	10.48	0.56	1.46	4.19	2.77	1.42	0.42	1.66	1.19	0.85	0.68
+2	17.31	15.73	3.79	2.60	1005	6.49	0.53	2.01	8.28	5.61	2.68	0.83	2.37	1.64	0.81	0.60
+1	3.85	4.06	1.26	1.19	461	0.56	0.91	0.30	0.15	0.06	0.10	0.02	0.24	0.31	0.97	0.93
-1	-6.91	-7.07	4.15	3.13	1005	-2.90	0.60	1.71	6.22	2.72	3.50	0.62	1.65	1.87	0.87	0.64
-2	-17.60	-17.08	3.87	2.52	1005	-7.05	0.57	1.34	4.53	3.03	1.49	0.45	1.74	1.22	0.89	0.76
-3	-27.52	-27.43	3.27	2.01	1005	-11.34	0.58	1.12	2.23	1.85	0.38	0.22	1.36	0.62	0.92	0.91
-4	-38.22	-38.05	2.63	1.61	1005	-15.84	0.58	0.90	1.49	1.24	0.25	0.15	1.11	0.50	0.92	0.90
-5	-49.53	-49.49	2.14	1.28	1005	-21.22	0.57	0.78	1.00	0.84	0.16	0.10	0.92	0.40	0.91	0.91
-6	-59.31	-59.25	1.74	1.07	1005	-24.46	0.59	0.59	0.63	0.52	0.11	0.06	0.72	0.33	0.92	0.91
-7	-69.43	-69.36	1.48	0.90	1005	-28.53	0.59	0.52	0.43	0.38	0.05	0.04	0.61	0.22	0.92	0.94
-8	-80.92	-80.98	1.13	0.74	1005	-30.42	0.62	0.38	0.23	0.18	0.05	0.02	0.43	0.23	0.93	0.91
-9	-91.18	-91.27	0.81	0.63	1005	-27.46	0.70	0.31	0.14	0.07	0.08	0.01	0.26	0.28	0.93	0.81



**Figura 4-36:**(a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen "stack" del ensayo N° 4 del flujo alrededor de un cilindro.

**Tabla 4-14:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para la circulación alrededor de un cilindro (ensayo N° 9)

LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+9	83.73	85.22	1.07	1.81	999	-52.42	1.64	1.49	2.89	2.71	0.19	0.29	1.64	0.43	0.73	0.94
+8	74.99	76.43	1.45	2.08	999	-29.92	1.42	1.44	2.57	2.45	0.11	0.26	1.57	0.34	0.83	0.97
+7	66.47	67.49	1.80	2.41	999	-16.74	1.27	1.03	1.88	1.26	0.62	0.19	1.12	0.79	0.90	0.89
+6	56.64	57.06	2.65	2.86	999	-2.75	1.06	0.62	0.59	0.20	0.39	0.06	0.45	0.63	0.98	0.95
+5	47.61	47.63	3.31	3.37	999	2.07	0.96	1.03	1.31	0.02	1.28	0.13	0.14	1.13	0.97	0.89
+4	38.67	37.67	4.29	4.01	999	4.51	0.86	1.63	3.90	1.37	2.53	0.39	1.17	1.59	0.94	0.84
+3	29.42	28.48	5.17	4.71	999	2.70	0.88	1.25	2.93	1.29	1.64	0.29	1.14	1.28	0.97	0.93
+2	21.58	21.33	7.45	6.47	571	2.81	0.86	0.87	2.20	1.17	1.03	0.22	1.08	1.01	0.99	0.98
+1	6.36	6.01	2.59	2.23	412	0.62	0.85	0.42	0.44	0.28	0.16	0.04	0.53	0.40	0.98	0.97
-1	-4.77	-5.35	2.09	2.14	412	-0.59	1.00	0.62	0.58	0.34	0.24	0.06	0.58	0.49	0.97	0.95
-2	-19.23	-18.41	6.44	5.76	912	-2.22	0.84	1.41	5.42	1.69	3.73	0.54	1.30	1.93	0.96	0.89
-3	-27.35	-28.25	5.93	4.73	999	-7.18	0.77	1.33	4.12	2.66	1.47	0.41	1.63	1.21	0.96	0.93
-4	-38.17	-38.44	4.73	3.95	999	-7.11	0.82	0.87	1.31	0.79	0.52	0.13	0.89	0.72	0.98	0.97
-5	-49.20	-49.72	3.91	3.25	999	-9.53	0.82	0.81	1.11	0.78	0.33	0.11	0.88	0.57	0.98	0.97
-6	-58.75	-59.32	3.26	2.76	999	-10.49	0.83	0.67	0.87	0.63	0.24	0.09	0.79	0.49	0.98	0.97
-7	-68.41	-69.08	2.66	2.35	999	-9.90	0.87	0.68	0.79	0.58	0.22	0.08	0.76	0.46	0.97	0.96
-8	-79.47	-80.51	1.99	1.95	999	-5.87	0.94	1.05	1.41	1.09	0.32	0.14	1.04	0.57	0.91	0.92
-9	-89.35	-90.81	1.35	1.66	999	12.38	1.15	1.46	2.49	2.16	0.33	0.25	1.47	0.57	0.78	0.88



**Figura 4-37:**(a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen "stack" del ensayo N° 9 del flujo alrededor de un cilindro.

#### 4.3.4.3 Análisis de estadísticos del flujo tipo Half Body

En la Tabla 4-15 se muestran los valores mínimos, promedios y máximos obtenidos del  $RMSE_s$  para las líneas de corriente en los ensayos de flujo tipo "Half Body". Observando los resultados del  $RMSE_s$ , podemos decir que el menor error promedio obtenido en una línea de corriente fue del orden de 0.14 mm, y el máximo error promedio obtenido en una línea de corriente fue del orden de 10.60 mm y, sabiendo que en las pruebas realizadas el tamaño de un pixel fue del orden de 0.3405 mm, el error mínimo promedio fue de  $\pm 1$  *pixeles* y el máximo promedio de  $\pm 31$  *pixeles*. De acuerdo con estos resultados se puede observar que el error máximo promedio obtenido en una línea de corriente es un valor alto, pero no quiere decir que este error es solo debido a la técnica de las imágenes, como ya antes lo mencionamos: el error sistemático en la celda Hele Shaw también puede ser producto del efecto del confinamiento de las paredes en la celda Hele Shaw, la separación de las placas de la celda y la nivelación de la celda, factores que pueden generar deformación en los patrones de flujo de las líneas de corriente.

Jiménez Mejía (1993), quien también realizó ensayos de flujo tipo "Half Body" en la misma celda Hele Shaw utilizada en este trabajo, encontró que en algunos casos la solución potencial teórica difería hasta 35 mm en algunos puntos, principalmente en las líneas de corriente laterales, aguas abajo del sumidero. También encontró que las líneas de corriente absorbidas por el sumidero se ajustaron con buena aproximación a la solución potencial, pero para las líneas más hacia el exterior las diferencias aumentaron, y plantea la hipótesis de que "un aparato Hele Shaw deforma el patrón de flujo, si no es muy ancho la deformación puede ser enorme".

**Tabla 4-15:**  $RMSE_s$  mínimo, promedio y máximo de las líneas de corriente para el flujo tipo Half Body.

N° Experimento	Reynolds	RMSEs_mín.	RMSEs_med.	RMSEs_máx.
		mm	mm	mm
1	466.10	0.14	2.12	6.49
2	416.92	0.17	2.42	8.54
3	330.03	0.24	2.59	10.60
Mínimo		0.14	2.12	6.49
Promedio		0.18	2.38	8.54
Máximo		0.24	2.59	10.60

Debido a que son pocos los ensayos que se realizaron del flujo tipo "Half Body", se reportará el resto de los estadísticos propuestos por Willmott (1981,1982) para los tres ensayos.

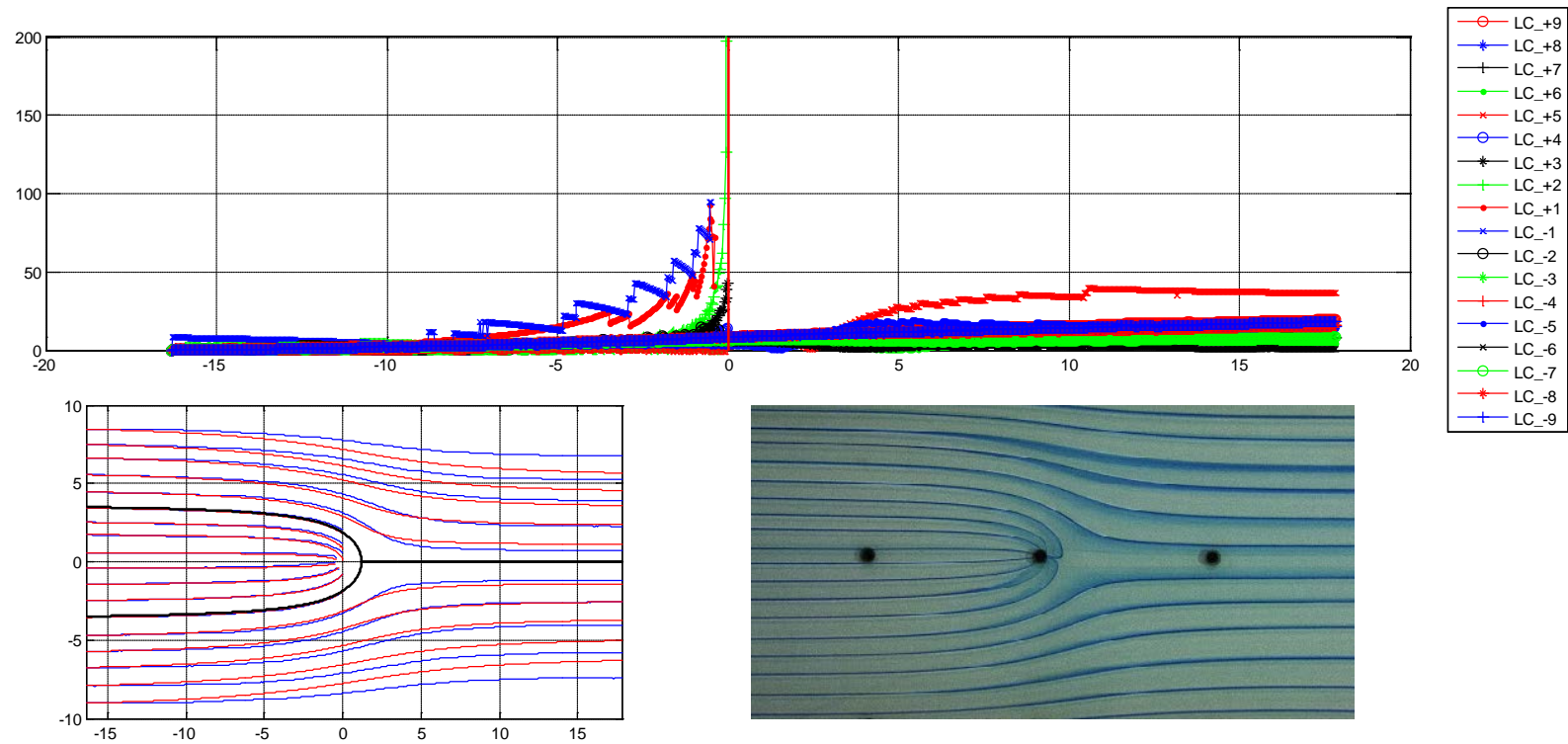
En las Tabla 4-16 a la Tabla 4-18 se presentan los resultados de los estadísticos de los ensayos N° 1, N° 2 y N° 3 del flujo tipo "Half Body". De acuerdo con los resultados de los estadísticos se pueden hacer los siguientes comentarios: en los tres casos podemos observar que todos los estadísticos evaluados presentan mejor ajuste en las líneas de corriente absorbidas por el sumidero, siendo este resultado acorde con los obtenidos por Jiménez Mejía (1993). En los ensayos N° 1 y N° 2, el máximo  $RMSE_s$  de las líneas de corriente que son absorbidas por el sumidero fue del orden de 0.6 mm ( $\pm 2$  *pixeles*), y en el ensayo N° 3 el máximo  $RMSE_s$  de las líneas de corriente que son absorbidas por el sumidero fue del orden de 1.86 mm ( $\pm 5$  *pixeles*). Al igual que en los ensayos del flujo alrededor de un cilindro, en los resultados del flujo tipo Half Body, los resultados de los estadísticos varían entre las líneas de corriente para un mismo ensayo.

En las Figura 4-37 a la Figura 4-39 se muestra el error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, la trayectoria de las líneas de corriente experimentales vs las simuladas y una imagen "stack" del flujo tipo "Half Body". En las figuras se puede observar que existe un punto de la línea de corriente absorbida por el sumidero, donde se produce un error relativo muy alto (mayor que 200%). Este resultado se debe a que en el modelo matemático el sumidero es considerado como un punto, mientras que en la celda Hele Shaw el sumidero tiene un diámetro de 6 mm (haciendo muy difícil la detección de la línea dentro del área del sumidero) lo cual, para una línea de corriente que en la coordenada  $X = 0$ , su valor  $y = 0$ , dará un error relativo muy alto. En términos generales se puede observar que las mayores diferencias entre las líneas de corriente experimentales y las líneas de corriente simuladas se presenta en la zona aguas abajo del sumidero, y las líneas de corriente que están más hacia los bordes de la celda Hele Shaw. En las imágenes también se logra apreciar un poco de difusión en las líneas de corriente más cercanas al sumidero, esto se debe a que en esta zona se producen las mayores velocidades. La simetría de las líneas de corriente con respecto al eje horizontal se mantiene.



**Tabla 4-16:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 1)

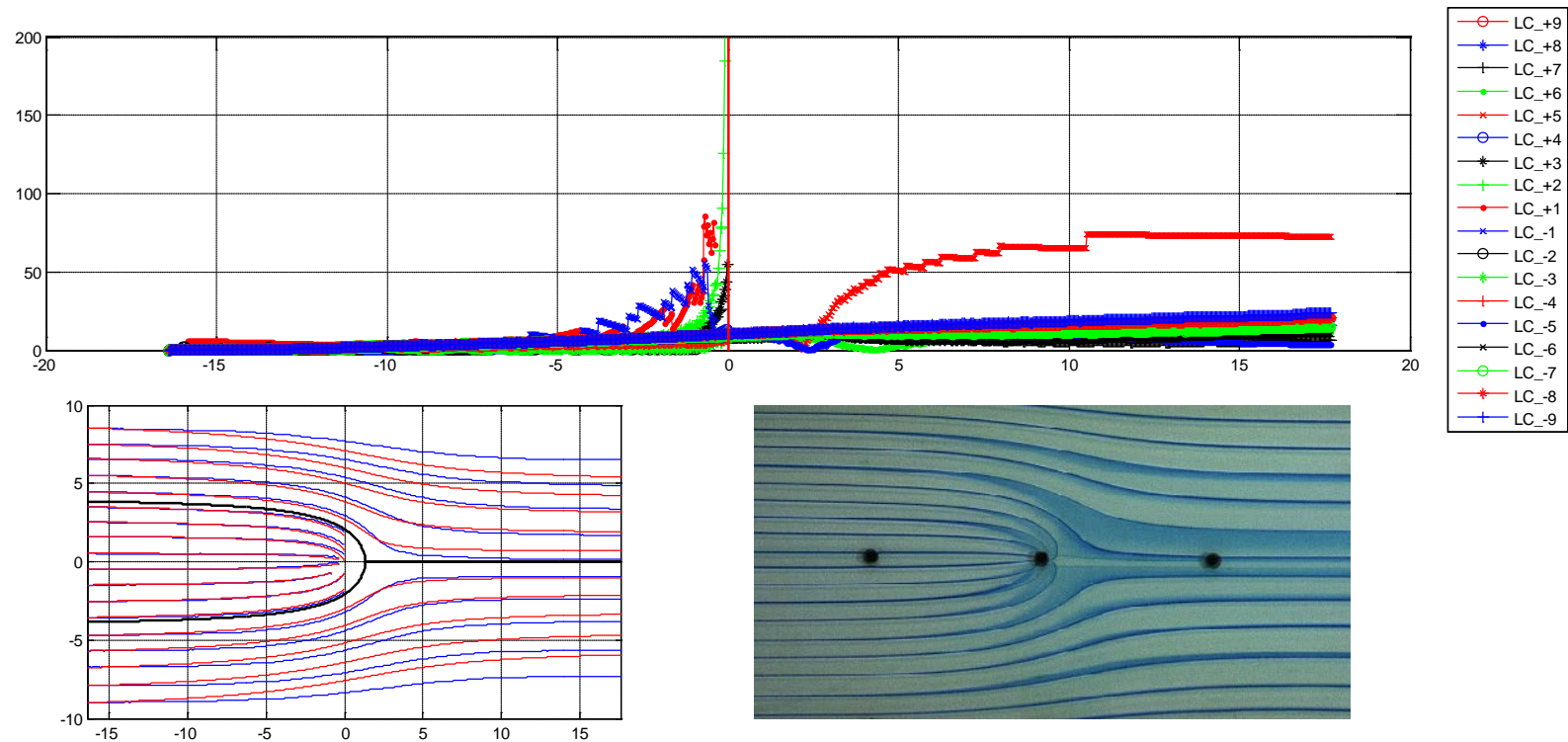
LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+9	75.33	71.14	7.82	10.12	1008	-26.07	1.29	4.19	23.13	22.67	0.46	4.81	4.76	0.68	0.93	1.00
+8	62.65	60.52	10.20	10.86	1008	-5.95	1.06	2.14	5.60	4.92	0.68	2.37	2.22	0.82	0.99	0.99
+7	50.28	50.20	12.77	11.67	1008	4.37	0.91	1.32	2.19	1.29	0.91	1.48	1.13	0.95	1.00	0.99
+6	36.16	38.29	15.75	12.76	1008	9.10	0.81	2.88	14.97	13.75	1.22	3.87	3.71	1.10	0.98	0.99
+5	22.66	26.97	18.59	14.00	1008	9.96	0.75	4.56	41.28	40.03	1.25	6.42	6.33	1.12	0.96	0.99
+4	31.49	31.45	3.57	3.76	484	-1.66	1.05	0.22	0.07	0.04	0.03	0.27	0.19	0.19	1.00	1.00
+3	22.57	22.51	3.07	3.43	484	-2.67	1.12	0.28	0.16	0.13	0.03	0.40	0.36	0.17	1.00	1.00
+2	14.25	14.14	2.21	2.69	484	-3.11	1.21	0.32	0.29	0.23	0.06	0.54	0.48	0.25	0.99	0.99
+1	4.75	4.67	0.49	0.78	473	-2.54	1.52	0.27	0.12	0.07	0.05	0.35	0.27	0.23	0.92	0.91
-1	-4.10	-4.64	1.06	0.77	473	-1.70	0.72	0.54	0.40	0.38	0.02	0.63	0.61	0.15	0.89	0.96
-2	-13.38	-13.33	1.77	1.64	459	-0.97	0.92	0.16	0.04	0.02	0.02	0.20	0.14	0.14	1.00	0.99
-3	-22.45	-22.47	3.67	3.43	484	-1.53	0.93	0.23	0.08	0.06	0.02	0.28	0.25	0.14	1.00	1.00
-4	-32.53	-32.06	3.86	3.77	484	-0.31	0.98	0.49	0.31	0.23	0.08	0.55	0.48	0.28	0.99	0.99
-5	-27.60	-29.59	16.57	13.69	1008	-6.85	0.82	2.91	13.34	12.45	0.89	3.65	3.53	0.94	0.99	1.00
-6	-40.32	-40.50	14.18	12.55	1008	-4.92	0.88	1.75	3.69	2.81	0.88	1.92	1.68	0.94	0.99	0.99
-7	-53.45	-52.01	11.82	11.52	1008	-0.09	0.97	1.46	3.22	2.21	1.02	1.80	1.49	1.01	0.99	0.99
-8	-68.35	-64.52	9.17	10.57	1008	13.93	1.15	3.83	17.50	16.49	1.01	4.18	4.06	1.00	0.96	0.99
-9	-81.92	-76.21	6.64	9.79	1008	43.87	1.47	5.71	43.30	42.18	1.12	6.58	6.49	1.06	0.86	0.99



**Figura 4-38:** (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen "stack" del ensayo N° 1 del flujo tipo Half Body.

**Tabla 4-17:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 2)

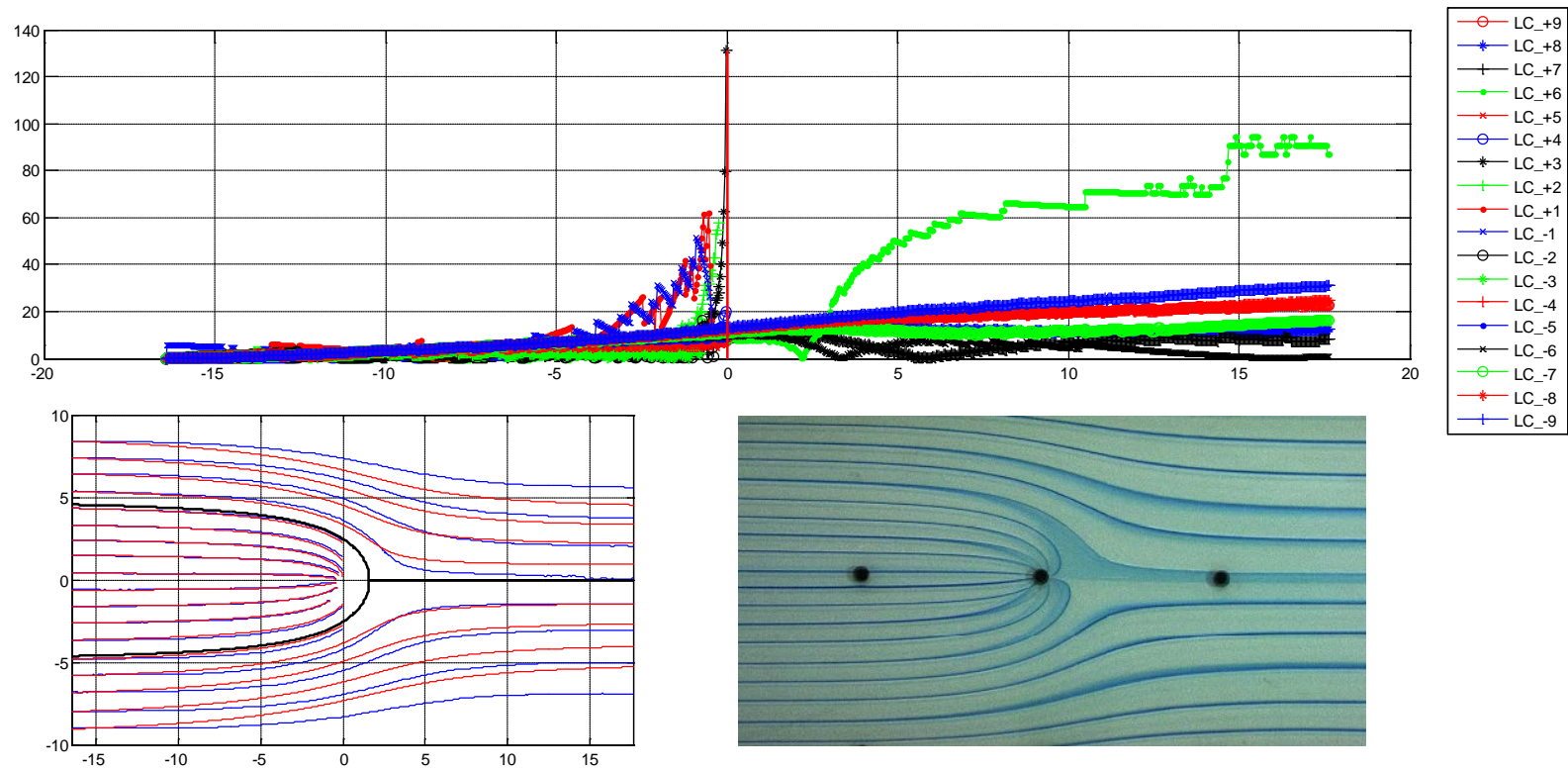
LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+9	75.33	69.44	7.82	11.39	1008	-40.02	1.45	5.89	47.80	47.28	0.52	6.91	6.88	0.72	0.88	1.00
+8	62.65	58.70	10.20	12.24	1008	-16.25	1.20	3.96	20.39	19.60	0.79	4.52	4.43	0.89	0.96	0.99
+7	50.28	48.25	12.77	13.18	1008	-3.50	1.03	2.04	5.35	4.25	1.10	2.31	2.06	1.05	0.99	0.99
+6	36.16	36.17	15.75	14.45	1008	3.12	0.91	1.60	3.40	1.84	1.56	1.84	1.36	1.25	1.00	0.99
+5	22.66	24.60	18.59	15.93	1008	5.25	0.85	2.75	12.79	11.13	1.66	3.58	3.34	1.29	0.99	0.99
+4	31.49	31.11	3.57	4.12	484	-5.18	1.15	0.48	0.48	0.44	0.04	0.69	0.66	0.20	0.99	1.00
+3	22.57	22.25	3.07	3.72	484	-5.05	1.21	0.46	0.55	0.52	0.04	0.74	0.72	0.19	0.99	1.00
+2	14.25	13.98	2.21	2.83	484	-4.17	1.27	0.42	0.49	0.44	0.06	0.70	0.66	0.24	0.98	0.99
+1	4.75	4.62	0.49	0.82	473	-2.91	1.58	0.30	0.16	0.10	0.06	0.40	0.32	0.25	0.91	0.91
-1	-4.10	-4.59	1.06	0.81	473	-1.50	0.75	0.49	0.33	0.31	0.02	0.58	0.56	0.15	0.91	0.97
-2	-13.38	-13.21	1.77	1.75	459	-0.01	0.99	0.19	0.05	0.03	0.03	0.23	0.17	0.16	1.00	0.99
-3	-22.45	-22.22	3.67	3.72	484	0.49	1.01	0.24	0.08	0.06	0.02	0.28	0.24	0.15	1.00	1.00
-4	-32.53	-31.72	3.86	4.14	484	3.10	1.07	0.81	0.81	0.72	0.09	0.90	0.85	0.29	0.99	0.99
-5	-27.60	-27.29	16.57	15.55	1008	-1.44	0.94	1.21	1.99	1.18	0.81	1.41	1.09	0.90	1.00	1.00
-6	-40.32	-38.41	14.18	14.20	1008	1.86	1.00	1.91	4.60	3.63	0.97	2.15	1.91	0.99	0.99	1.00
-7	-53.45	-50.09	11.82	13.01	1008	8.54	1.10	3.38	13.82	12.64	1.17	3.72	3.56	1.08	0.98	0.99
-8	-68.35	-62.74	9.17	11.91	1008	25.68	1.29	5.61	39.82	38.66	1.16	6.31	6.22	1.08	0.92	0.99
-9	-81.92	-74.55	6.64	11.02	1008	60.61	1.65	7.37	74.27	72.96	1.31	8.62	8.54	1.15	0.80	0.99



**Figura 4-39:** (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen "stack" del ensayo N° 2 del flujo tipo Half Body.

**Tabla 4-18:** Estadísticos para evaluar el desempeño del modelo de flujo potencial para flujo tipo Half Body (ensayo N° 3)

LC	Mean_exp mm	Mean_sim mm	S_exp mm	S_sim mm	N	a mm	b	MAE mm	MSE mm <sup>2</sup>	MSE_s mm <sup>2</sup>	MSE_u mm <sup>2</sup>	RMSE mm	RMSE_s mm	RMSE_u mm	d	r <sup>2</sup>
+9	71.34	64.97	10.79	14.28	1008	-29.12	1.32	6.38	53.73	52.46	1.27	7.33	7.24	1.13	0.92	0.99
+8	57.23	53.58	14.33	15.44	1008	-7.87	1.07	3.65	16.30	14.41	1.88	4.04	3.80	1.37	0.98	0.99
+7	43.65	42.80	17.97	16.72	1008	2.38	0.93	1.90	4.93	2.48	2.45	2.22	1.58	1.56	1.00	0.99
+6	28.03	30.60	22.17	18.43	1008	7.39	0.83	3.75	23.68	21.09	2.59	4.87	4.59	1.61	0.99	0.99
+5	39.33	38.77	4.47	5.08	484	-5.80	1.13	0.66	0.75	0.67	0.08	0.87	0.82	0.29	0.99	1.00
+4	29.84	29.21	4.29	4.78	484	-4.00	1.11	0.63	0.67	0.63	0.04	0.82	0.79	0.20	0.99	1.00
+3	21.12	20.86	3.58	4.16	484	-3.62	1.16	0.40	0.43	0.39	0.04	0.66	0.63	0.21	0.99	1.00
+2	13.04	12.84	2.34	2.89	484	-3.23	1.23	0.40	0.41	0.33	0.07	0.64	0.58	0.27	0.98	0.99
+1	3.83	3.68	0.49	0.71	472	-1.61	1.38	0.23	0.10	0.06	0.04	0.32	0.24	0.21	0.93	0.91
-1	-4.75	-5.07	1.22	0.99	473	-1.27	0.80	0.34	0.18	0.16	0.02	0.43	0.40	0.15	0.96	0.98
-2	-13.64	-13.36	2.77	2.99	484	1.20	1.07	0.29	0.33	0.11	0.21	0.57	0.34	0.46	0.99	0.98
-3	-23.35	-22.95	3.20	3.20	462	0.32	1.00	0.41	0.20	0.16	0.04	0.45	0.40	0.20	1.00	1.00
-4	-32.76	-31.66	4.57	4.89	484	3.21	1.06	1.10	1.48	1.29	0.19	1.22	1.14	0.43	0.98	0.99
-5	-44.31	-42.58	4.41	5.13	484	8.56	1.15	1.73	3.88	3.47	0.41	1.97	1.86	0.64	0.96	0.98
-6	-35.87	-34.89	18.86	17.79	1008	-1.14	0.94	1.51	3.95	2.22	1.73	1.99	1.49	1.32	1.00	0.99
-7	-49.98	-46.58	15.57	16.25	1008	5.37	1.04	3.41	13.95	11.93	2.02	3.74	3.45	1.42	0.99	0.99
-8	-65.73	-59.58	11.98	14.81	1008	21.29	1.23	6.15	47.58	45.40	2.18	6.90	6.74	1.48	0.94	0.99
-9	-80.23	-70.91	8.60	13.72	1008	56.35	1.59	9.32	114.50	112.26	2.24	10.70	10.60	1.50	0.81	0.99



**Figura 4-40:** (a) Error relativo de cada línea de corriente a lo largo de su trayectoria, (b) trayectoria de las líneas de corriente experimental (línea azul) vs simulaciones (línea roja), (c) Imagen "stack" del ensayo N° 3 del flujo tipo Half Body.

Jiménez Mejía (1993), también propone un método alternativo de cálculo de la trayectoria de las líneas de corriente a través de la siguiente relación lineal:

$$y = C\theta + D \dots\dots\dots (4.32)$$

$$C = -\frac{b}{2\pi} \frac{Q_s}{Q_o} \dots\dots\dots (4.33)$$

$$D = \frac{eb}{Q_o} \Psi \dots\dots\dots (4.34)$$

donde:

$b$ : ancho de la celda Hele Shaw.

$e$ : separación de las placas de la celda Hele Shaw.

$Q_s$ : Caudal del sumidero.

$Q_o$ : Caudal aguas arriba del sumidero.

Si se miden  $y$  y  $\theta$  en varios puntos de la misma línea de corriente, es posible hacer una regresión lineal entre este par de variables y entonces obtener los parámetros  $C$  y  $D$  correspondientes a  $\Psi_i$ .

En las Tabla 4-19 a la Tabla 4-21 se muestran los parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente para los ensayos N° 1, N° 2 y N° 3. De acuerdo con los resultados se puede observar que en los tres ensayos el coeficiente  $C$  de las regresiones varía según las líneas de corriente, aunque debería mantenerse constante por depender teóricamente sólo de la relación de caudales  $Q_s/Q_o$  y del ancho del conducto  $b$ . Estos resultados son similares a los encontrados por Jiménez Mejía (1993) cuando realizó la regresión lineal de las líneas de corriente a los ensayos del flujo tipo "Half Body", y plantea la hipótesis de que "una celda Hele Shaw deforma el patrón de flujo, si no es muy ancho la deformación puede ser enorme", aunque hace la salvedad de que se requieren más experimentos para fijar y validar esta hipótesis y fijar criterios más seguros.

Estos resultados nos ratifican que existe un error adicional debido a la configuración de la celda Hele Shaw.

**Tabla 4-19:** Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo "Half Body" (ensayo N° 1)

LC	C	D mm	$r^2$	Qs/Qo
+9	0.80	6.44	0.99	0.209
+8	0.98	4.93	1.00	0.255
+7	1.12	3.66	1.00	0.294
+6	1.26	2.14	0.99	0.329
+5	1.34	0.72	0.99	0.352
+4	1.05	0.39	0.99	0.274
+3	0.86	-0.10	0.99	0.225
+2	0.64	-0.28	0.97	0.166
+1	0.46	-0.84	0.89	0.120
-1	3.97	11.96	0.69	1.038
-2	1.18	2.20	0.93	0.309
-3	1.05	0.70	0.97	0.275
-4	1.19	-0.09	1.00	0.312
-5	1.30	-1.10	1.00	0.342
-6	1.25	-2.37	1.00	0.326
-7	1.15	-3.77	0.99	0.301
-8	0.98	-5.47	0.99	0.256
-9	0.79	-7.08	0.99	0.206
Promedio	<b>1.19</b>	<b>0.67</b>	<b>0.96</b>	<b>0.311</b>
Desviación estandar	<b>0.73</b>	<b>4.38</b>	<b>0.07</b>	<b>0.19</b>

**Tabla 4-20:** Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo "Half Body" (ensayo N° 2)

LC	C	D mm	$r^2$	Qs/Qo
+9	0.94	6.14	0.99	0.247
+8	1.13	4.62	0.99	0.296
+7	1.29	3.18	0.99	0.339
+6	1.43	1.63	0.99	0.376
+5	1.51	0.28	0.99	0.395
+4	1.16	0.08	1.00	0.304
+3	0.92	-0.27	0.99	0.242
+2	0.60	-0.27	0.93	0.156
+1	0.50	-1.05	0.90	0.132
-1	2.56	7.46	0.82	0.670
-2	1.32	2.54	0.99	0.346
-3	1.27	1.24	1.00	0.332
-4	1.25	0.04	1.00	0.328
-5	1.41	-0.86	1.00	0.369
-6	1.34	-2.16	0.99	0.350
-7	1.23	-3.58	0.99	0.321
-8	1.05	-5.29	0.99	0.275
-9	0.83	-6.95	0.99	0.217
Promedio	<b>1.21</b>	<b>0.38</b>	<b>0.97</b>	<b>0.316</b>
Desviación estandar	<b>0.44</b>	<b>3.67</b>	<b>0.05</b>	<b>0.11</b>



**Tabla 4-21:** Parámetros de la regresión lineal de las líneas de corriente del flujo tipo "Half Body" (ensayo N° 3)

LC	C	D mm	$r^2$	Qs/Qo
+9	1.26	5.28	0.99	0.330
+8	1.52	3.55	0.99	0.398
+7	1.72	1.98	0.99	0.451
+6	1.88	0.33	0.99	0.493
+5	1.49	0.11	0.99	0.389
+4	1.43	-0.83	1.00	0.375
+3	1.33	-1.57	1.00	0.348
+2	1.15	-2.02	0.98	0.301
+1	0.76	-1.95	0.88	0.199
-1	3.20	9.33	0.89	0.838
-2	1.55	3.12	0.98	0.406
-3	1.61	2.17	0.99	0.423
-4	1.52	0.73	0.99	0.399
-5	1.54	-0.54	0.98	0.403
-6	1.71	-1.28	0.99	0.446
-7	1.57	-2.78	0.99	0.411
-8	1.35	-4.62	0.99	0.352
-9	1.06	-6.45	0.98	0.278
Promedio	<b>1.54</b>	<b>0.25</b>	<b>0.98</b>	<b>0.402</b>
Desviación estandar	<b>0.49</b>	<b>3.67</b>	<b>0.03</b>	<b>0.13</b>

## 5. Conclusiones

Se ha realizado un trabajo conducente a la implementación de una herramienta de modelación matemática acoplada con técnicas de video para el estudio de flujos transitorios en tuberías en U y flujos potenciales en una celda Hele Shaw. A continuación se presentan las principales conclusiones y aportes obtenidos en este trabajo:

- Se ha desarrollado y validado un software de modelación matemática que permite el estudio de flujos transitorios en tuberías en U y flujos potenciales. El software desarrollado es muy intuitivo, lo que permite que el usuario con un conocimiento básico del tema, rápidamente adquiera destreza en el manejo del software. Además, el software está acoplado con un módulo de procesamiento de imágenes digitales, lo que permite analizar las imágenes obtenidas en laboratorio de los casos en estudio, y comparar estos resultados con las soluciones teóricas.
- Se ha diseñado y desarrollado el montaje experimental para la práctica de laboratorio de flujos transitorios en tuberías en U, utilizando sistemas de vídeo, lo cual permite obtener una mejor resolución espacio-temporal en la adquisición y procesamiento de datos. Siendo esto una ventaja frente a la metodología tradicional para realizar esta práctica, donde de manera visual se intenta obtener la posición máxima y mínima del menisco en el tiempo.
- Se propone una metodología innovadora para las prácticas de laboratorio de flujos potenciales en la celda Hele Shaw, mediante la utilización de sistemas de vídeo. La metodología propuesta permite identificar las líneas de corriente sin necesidad de que el estudiante entre en contacto con la celda Hele Shaw, lo cual evita que con el contacto se deformen los patrones de flujo de las líneas de corriente. Actualmente en el laboratorio de mecánica de fluidos de la Facultad de Minas de la Universidad Nacional, la metodología utilizada para obtener los patrones de flujo potencial en la celda Hele Shaw, consistía en calcar sobre una hoja puesta encima de la celda Hele Shaw las líneas de corriente, lo que producía la

deformación de las líneas. Además, la resolución espacial no era la más adecuada, ya que se tenía una cuadrícula de 4 cm x 4 cm para referenciar las líneas.

- El software de modelación matemática desarrollado permite a los usuarios, en especial estudiantes de pregrado y posgrado, mejorar la comprensión de los procesos físicos involucrados en las oscilaciones amortiguadas de un fluido en una tubería en U, y los patrones de líneas de corrientes de algunos casos de flujo potencial, mediante la comparación de los resultados del modelo teórico con las mediciones experimentales.
- En la metodología de procesamiento de imágenes que se propone en esta tesis, no se calibra la cámara ni se rectifican las imágenes. Se parte del hecho de que las imágenes capturadas tienen resolución espacial constante, ya que es posible garantizar en el laboratorio la ubicación perpendicular de la cámara a la región de interés. Debido a que los resultados de los márgenes de error obtenidos son tolerables, ningún intento se realizó por contrastar resultados entre imágenes rectificadas e imágenes no rectificadas. Tendrá que comprobarse en futuras investigaciones si el proceso de rectificación aplicado a imágenes que han sido capturadas con la cámara ubicada perpendicularmente a la región de interés, mejora o no la calidad de los resultados de las imágenes.
- Debido a que no se contó con un equipo diferente con el cual realizar las medidas en laboratorio de la posición del menisco en la práctica de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, y de las líneas de corriente en la celda Hele Shaw, y poder contrastar estas mediciones con los resultados del procesamiento de las imágenes, se aplicó la metodología propuesta por Willmott (1981, 1982) para separar el error sistemático del error no sistemático, y a través de la interpretación de estos estadísticos, evaluar la magnitud del error asociada a la técnica de video.
- Exceptuando las prueba de flujo tipo "Half Body", el orden de magnitud de los máximos RMSEs obtenidos en las pruebas realizadas, 2.2 mm ( $\pm 3$  *pixeles*) para oscilaciones amortiguadas, 1.27 mm ( $\pm 4$  *pixeles*) para flujo rectilíneo uniforme, 2.37 mm ( $\pm 7$  *pixeles*) para flujo alrededor de un cilindro, sirven para ratificar el potencial del uso de técnicas de video en ambientes de laboratorio para el estudio de las oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, y flujos potenciales en la celda Hele Shaw.
- En los experimentos realizados en esta tesis sobre oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, el modelo propuesto por Ogawa et al. (2007), donde considera que el comportamiento del fluido

sigue un modelo "*Binham Plastic*", dio mejores valores de  $RMSE_s$  que el modelo que considera el comportamiento de un fluido como fluido Newtoniano.

- En las pruebas de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U, donde el  $\mathcal{R}_{max}$  fue mayor a 16000, hubo la necesidad de realizar una nueva parametrización al modelo propuesto por Ogawa et al. (2007) para obtener un mejor valor de  $RMSE_s$ , la cual consistió en modificar el factor de velocidad propuesto por Ogawa et al (2007) de la siguiente forma:

$$K_v = 25 \times D \left( 1 + \frac{4.5 \times 10^{-9}}{D^4} \right) K'_v \dots (\text{Original Ogawa et al, 2007})$$

$$K_v = 29 \times D \left( 1 + \frac{4.5 \times 10^{-9}}{D^4} \right) K'_v \dots (\text{Mod. propuesta a Ogawa et al, 2007})$$

- El error relativo calculado entre el período de oscilación natural teórico propuesto por Ogawa et al. (2007) y el período experimental obtenido de las imágenes, en todos los casos fue menor a 1.1%, el cual es un error con un orden de magnitud muy satisfactorio, y que sugiere el gran potencial del uso de la metodología de las imágenes para el estudio de oscilaciones amortiguadas en tuberías en U.
- Los mayores errores relativos obtenidos en las pruebas de flujo alrededor de un cilindro, se generaron en la zona aguas abajo del cilindro. En las líneas de corriente alrededor del cilindro se puede observar el efecto de la capa límite, la cual produce un desprendimiento de estas líneas de corriente produciendo una "estela" en la zona aguas abajo del cilindro, y además que se presenta difusión de la tinta de estas líneas de corriente.
- Utilizando el método alternativo propuesto por Jiménez Mejía (1993) para el cálculo de las trayectorias de las líneas de corriente en el flujo tipo "Half Body", el cual consiste en hacer una regresión lineal entre los valor de  $y$  y  $\theta$  de cada línea de corriente, se obtuvo un coeficiente  $C$  de las regresiones diferente para cada línea de corriente en una misma prueba, aunque en teoría esto no debería suceder por depender solo de la relación de caudales  $Q_s/Q_o$  y del ancho de la celda Hele Shaw  $b$ . Resultados similares encontró Jiménez Mejía (1993) cuando realizó la regresión lineal de las líneas de corriente a los ensayos del flujo tipo "Half Body", y planteó la hipótesis de que " una celda Hele Shaw deforma el patrón de flujo, si no es muy ancha la deformación puede ser enorme". Sin embargo dicho autor hace la salvedad de que se requieren más experimentos para validar esta hipótesis y fijar criterios más

seguros. Sigue siendo objeto de estudio esta hipótesis, ya que en este trabajo no se valida.

- En las pruebas de flujo tipo "Half Body", las líneas de corriente que presentaron mejores resultados de los estadísticos evaluados, fueron las líneas de corriente absorbidas por el sumidero, con valores máximos de RMSEs del orden de 1.86 mm ( $\pm 6 \text{ pixeles}$ ), mientras que en las líneas de corriente que no son absorbidas por el sumidero se obtuvieron valores máximos de RMSEs del orden de 10.6 mm ( $\pm 31 \text{ pixeles}$ ), lo cual parece obedecer al confinamiento de las paredes de la celda Hele Shaw. Comportamientos similares a estos obtuvo Jiménez Mejía (1993).

# Bibliografía

Aarninkhof, S., & Ruessink, B. (2001). Video observations of wave breaking and the implications for wave decay modelling. In: Proc. Coastal Dynamics '01 , 979-988.

Aarninkhof, S., Caljouw, M., & Stive, M. (2000). Video-Based, quantitative assessment of intertidal beach variability. In: Proc. 27th International Conference of Coastal Engineering, IV, 3291-3304.

Aarninkhof, S., Ruessink, B., & Roelvink, J. (2005). Nearshore subtidal bathymetry from time exposure images. Journal of Geophysical Research, 110.

Abdulwahed, M., & Nagy, Z. K. (2011). The TriLab, a novel ICT based triple access mode laboratoty education model. Computers & Education, 56, 262-274.

Adrian, R. J. (1991). Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics. Annual Review of Fluid Mechanics, 23 (1), 261-304.

Akilli, H., Akar, A., & Karakus, C. (2004). Flow characteristics of circular cylinders arranged side-by-side in shallow water. Flow Measurement and Instrumentation, 15, 187-197.

Alexander, P., & Holman, R. (2004). Quantitative analysis of nearshore morphological variability based on video imaging. Marine Geology, 208 (1), 101-111.

Aya, S., Fujita, I., & Yagyu, M. (1995). Field observation of flood in a river by video image analysis. Annual Journal of Hydraulic Engineering, 39, 447-452.

Blanchard, R. E., Moron-Garcia, S. D., & Bates, M. R. (2006). Converting the physical to the virtual: providing a laboratory experience for distance learners in engineering. IV International Conference on Multimedia and ICTs in Education. (pp. 1-5). Seville, Spain: .

Bradley, A. A., Kruger, A., Meselhe, E. A., & Muste, M. (2002). Flow measurement in streams using video imagery. *Water Resources Research*, 38 (12).

Cáceres, A., Osorio, A., & Gyssels, P. (2012). Metodología para el cálculo de variables hidrodinámicas en canales de oleaje usando técnicas de vídeo. XXV Congreso Latinoamerica de Hidráulica. San Jose, Costa Rica .

Carmona, R., & de los Santos, M. (2002). Análisis a detalle de fenómenos hidráulicos en la enseñanza. Un ejemplo. XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. La Habana, Cuba.

Chapra, S., & Canale, R. (2003). Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de aplicación (4ta ed.). México: McGraw-Hill.

Chickadel, C., Holman, R., & Freilich, M. (2003). An optical technique for the measurement of longshore currents. *Journal of Geophysical Research*, 108 (C(1)), 3364.

Chu, R. H., & Lu, D. D.-C. (2008). Project-Based Lab Teaching for Power Electronics and Drives. *IEEE TRANSACTIONS ON EDUCATION*, 51 (1), 108-113.

Corter, J. E., Nickerson, J. V., Esche, S. K., & Chassapis, C. (2004). Remote Versus Hands-On Labs: A Comparative Study. 34th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, (pp. 17-21). Savannah, GA.

Creutin, J. D., Muste, M., Bradley, A. A., Kim, S. C., & Kruger, A. (2003). River gauging using PIV techniques: a proof of concept experiment on the Iowa River. *Journal of Hydrology*, 277 (3-4), 182-194.

Cuevas, E., Zaldívar, D., & Pérez, M. (2010). Procesamiento digital de imágenes con MATLAB y Simulink (1ra. ed.). México: Alfaomega.

de Kort, Y. A., IJsselsteijn, W. A., Kooijman, J., & Schuurmans, Y. (2003). Virtual laboratories: comparability of real and virtual environments for environmental psychology. *Presence*, 12 (4), 360-373.

De la Escalera, A. (2001). *Visión por Computador*. Madrid: Pearson Education, S.A.

Dechsri, P., Jones, L. L., & Heikkinen, H. W. (1997). Effect of a laboratory manual design incorporating visual information-

processing aids on student learning and attitudes. *Journal of Research in Science Teaching*, 34 (9), 891-904.

Dobson, E. L., Hill, M., & Turner, J. D. (1995). An evaluation of the student response to electronics teaching using a CAL package. *Computer and Education*, 25 (1-2), 13-20.

Eckhoff, C., E., Eller, V. M., Watkins, S. E., & Hall, R. H. (2002). Interactive virtual laboratory for experience with a smart bridge test. In: *Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition*. Montréal, Quebec, Canada.

Engum, S. A., Jeffries, P., & Fisher, L. (2003). Intravenous catheter training system: computer-based education versus traditional learning methods. *The American Journal of*, 186 (1), 67-74.

Erikson, L. H., & Hanson, H. (2005). A method to extract wave tank data using video imagery and its comparison to conventional data collection techniques. *Computers & Geosciences* , 31, 371-384.

Feisel, L., & Rosa, A. J. (2005). The Role of the Laboratory in Undergraduate Engineering Education. *Journal of Engineering Education*, 94 (1), 121-130.

Fujita, I., & Aya, S. (2000). Refinement of LSPIV technique for monitoring river surface flows. paper presented at Water Resources Joint Conference on Water Resource Engineering and Water Resources Planning and Management , Am. Soc. of Civ. Eng., Minneapolis, Minn .

Fujita, I., & Komura, S. (1994). Application of video image analysis for measurements of river-surface flows (in Japanese). *Proc. Hydraul. Eng* , 733-738.

Fujita, I., Muste, M., & Kruger, A. (1998). Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications. *Journal of Hydraulic Research*, 36 (3), 397-414.

Fujita, I., Tsubaki, R., & Deguchi, T. (2007). PIV measurement of large-scale river surface flow during flood by using a high resolution video camera from a helicopter. In: *Proceedings Hydraulic Measurements & Experimental Methods*, ASCE-IAHR Conference .



- García, J., S., S., Funes, M., & Sahagún, L. (2004). Observaciones experimentales de las interacciones entre partículas en la velocidad de caída de mezclas polidispersas de sedimentos . Ingeniería Hidráulica en Mexico, XIX (4), 57-64.
- Gladwin, R. P., Margerison, D., & Walker, S. M. (1992). Computer-assisted learning in chemistry. Computers & Education, 19 (1-2), 17-25.
- Gómez, M., Ramírez, J., & León, A. (2002). Soporte informático para el estudio de procesos en hidráulica. XX Congreso Latinoamericano de hidráulica. La Habana, Cuba.
- Guido, P., J., R., & Huelasz., G. (2005). Medición simultánea de velocidades de las fases sólida y líquida del flujo en canales. Ingeniería hidráulica en Mexico, XX (3), 21-29.
- Gurlek, C., & Sahin, B. (2010). Particle image velocimetry studies around a rectangular body close to a plane wall. Flow Measurement and Instrumentation , 1-8.
- Hauet, A., Creutin, J. D., & Belleudy, P. (2008). Sensitivity study of large-scale particle image velocimetry measurement of river discharge using numerical simulation. Journal of Hydrology, 349 (1-2), 178-190.
- Hauet, A., Creutin, J.-D., Belleudy, P., Muste, M., & Krajewski, W. (2006). Discharge measurement using large scale PIV under various flow conditions—Recent results, accuracy and perspectives. (R. M. al., Ed.) in River Flow , 1828 -1834.
- Heise, D. (2006). Asserting the inherent benefits of hands-on laboratory projects vs. computer simulations. Journal of Computing Sciences in Colleges, 21 (4), 104-110.
- Hites, M., Sekerak, M., & Sanders, L. (1999). Implementing and evaluating web-based "Hands-On" Laboratories for undergraduate education. In: Proceedings of the ASEE IL/IN. DeKalb, IL, USA.
- Hofstein, A., & Lunetta, V. N. (2004). The laboratory in science education: foundations for the twenty-first century. Laboratory of Science Education, 88 (1), 28-54.
- Holland, K., Holman, R., & Lippmann, T. (1997). Practical Use of Video Imagery in Nearshore Oceanographic Field Studies. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 22 (1), 81-92.

Holland, K., Puleo, J., & Kooney, T. (2001). Quantification of swash flows using video-based particle image velocimetry. *Coastal Engineering* , 65-77.

Iglesias, G., Ibañez, O., Castro, A., .Rabuñal, J., & Dorado, J. (2009). Computervisionappliedtowaveflumemeasurements. *Ocean Engineering* , 2-7.

Jara, C. A., Candelas, F. A., Puente, S. T., & Torres, F. (2011). Hands-on experiences of undergraduate students in Automatics and Robotics using a virtual and remote laboratory. *Computers & Education*, 57, 2451-2461.

Jiménez Mejía, J. F. (2009). Tratamiento de datos experimentales. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín - Facultad de Minas.

Johnstone, A., & Al-Shuaili, A. (2001). Learning in the laboratory; some thoughts from the literature. *Royal Society of Chemistry*, 5 (2), 42-51.

Kalless, G. (2004). Experiencias sencillas de laboratorio. XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica.Sau Pablo, Brasil.

Khorchani, M., & Blanpain, O. (2004). Free surface measurement of flow over side weirs using the video monitoring concept. *Flow Measurement and Instrumentation*, 15, 111-117.

Kim, Y., Muste, M., Hauet, A., Bradley, A., Weber, L., & Koh, D. (2007). Uncertainty analysis for LSPIV in-situ velocity measurements. paper presented at 32nd Congress, Int. Assoc. of Hydraul. Eng. and Res.

Kirschner, P. A., & Meester, M. A. (1988). The laboratory in higher science education, problems, premises, and objectives. *Higher Education*, 17 (1), 81-98.

Kreyszig, E. (2007). Matemáticas Avanzadas para Ingeniería. (3ra ed., Vol. 1). México: Limusa.

Kuo, C., Hwung, H., & Chien, C. (2009). Using time-stack overlooking images to separate incident and reflected waves in wave flume. *Wave Motion*, 46, 189-199.

Lee, M.-C., Leu, J.-M., Chan, H.-C., & Huang, W.-C. (2010). The measurement of discharge using a commercial digital video camera

in nt of discharge using a commercial digital video camera in. Flow Measurement and Instrumentation 2, 21, 150-154.

Lennon, J. M., & Hill. (2006). Particle Image Velocity Measurements of Undular and Hydraulic Jumps. JOURNAL OF HYDRAULIC ENGINEERING , 1283-1293.

León M., A. J. (2004). Tres fortalezas para la enseñanza de la hidráulica de los conductos forzados. XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Sao Pedro, Brasil.

Lerma G., J. L. (2002). Fotogrametría Moderna: Analítica y digital. Universidad Politécnica de Valencia.

Lindsay, E. D., & Good, M. C. (2005). Effects of laboratory access modes upon learning outcomes. IEEE Transactions OnEducation, 48 (4), 619-631.

Ma, J., & Nickerson, J. V. (2006). Hands-on, simulated, and remote laboratories: a comparative literature review. ACM Computer Survey, 38 (3), 1-24.

Machuca, F., & Urresta, O. (2008). Software para la enseñanza de la dinámica de control de intercambios de calor de tubos y coraza. Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia (44), 52-60.

Magin, D. J., & Kanapathipillai, S. (2000). Engineering students' understanding of the role of experimentation. European Journal of Engineering Education, 25 (4), 351-358.

Masen, V., Kuroiwa, Z., & Rivas, O. (2008). Propuesta de desarrollo de metodología de enseñanza en cursos básicos de ingeniería hidráulica mediante el uso del software multimedia-curso: Mecánica de Fluidos. XXIII Congreso Lationamericano de Hidráulica. Cartagena de Indias .

Mayor, T., Pinto, A., & Campos, J. (2007). An image analysis technique for the study of gas-liquid slug flow along vertical pipes-associated uncertainty. Flow Measurement and Instrumentation , 18, 139-147.

Mcateer, E., Neil, D., Barr, N., Broen, M., Draper, S., & Henderson, F. (1996). Simulation software in a life sciences practical laboratory. Computers & Education, 26 (1-3), 101-112.

Mery, D. (2004). Visión Por Computador. Santiago de Chile, Chile: Universidad Católica de Chile.

Muste, M., Xiong, Z., Bradley, A., & Kruger, A. (2000). Large-Scale Particle Image Velocimetry – a Reliable Tool for Physical Modeling. 311-311.

Muste, M., Xiong, Z., Sch"one, J., & Li, Z. (2004). Flow diagnostic in hydraulic modeling using image velocimetry. J. Hydraul. Eng , 175-185.

Ogawa, A., Tokiwa, S., Mutou, M., Mogi, K., Sugawara, T., Watanabe, M., et al. (2007 ). Damped Oscillation of Liquid Column in Vertical U-Tube for Newtonian and non-Newtonian Liquids. Journal of Thermal Science, 16 (4), 289-300.

Ortiz, C. A. (2008). Metodología para la construcción de indicadores morfodinámicos a través del uso de cámaras de vídeo. caso de aplicación: playa de la Magdalena (Cantabria,España). Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia , 1-144.

Osorio A., A. F. (2005). Desarrollo de técnicas y metodologías basadas en sistemas de vídeo para la gestión de la costa . Tesis de Doctorado , 1-210.

Osorio C., J. D. (2010). Metodología y técnicas basadas en sistemas de vídeo para la medición de variables hidrodinámicas. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia , 1-182.

Osorio, A. F., Pérez, J. u., Ortíz, C. A., & Medina, R. (2007). Técnicas basadas en imágenes de video para cuantificar variables ambientales en zonas costeras. Avances en Recursos Hidráulicos (16), 51-64.

Pajares, G., & De la Cruz, J. (2008). Visión por Computador: Imágenes digitales y aplicaciones (2da. ed.). México: Alfaomega.

Pérez M., J. C. (2009). Optimización no lineal y calibración de cámaras fotográficas. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia , 1-182.

Raineri, D. (2001). Virtual laboratories enhance traditional undergraduate biology laboratories. Biochemistry and Molecular Biology Education, 29 (4), 160-162.

Ronen, M., & Eliahu, M. (2000). Simulationda bridge between theory and reality: the case of electric circuits. Journal of Computer Assisted Learning, 16 (1), 14-26.

Salinas, H., García, J., & C., D. (2008). Análisis experimental del efecto de la turbulencia en la velocidad de caída de sedimentos en suspensión. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, IX (1), 49-58.

Shilton, A., & Bailey, D. (2006). Drouge tracking by image processing for the study of laboratory scale pond hydraulics. *Flow Measurement and Instrumentation*, 17, 69-74.

Spicer, J. I., & Stratford, J. (2001). Student perceptions of a virtual field trip to replace a real field trip. *Journal of Computer Assisted Learning*, 17 (4), 345-354.

Stockdon, H., & Holman, R. (2000). Estimation of wave phase speed and nearshore bathymetry from video imagery. *Journal of Geophysical Research*, 105 (C9), 22-33.

Streeter, V., & Whyllie, E. (1988). *Mecánica de los Fluidos* (3ra ed.). México: McGraw-Hill.

Tan, K., Lee, T. H., & Leu, F. M. (2000). Development of a distant laboratory using LabVIEW. *International Journal of Engineering Education*, 16 (3), 273-282.

Turner, I., T., D., Aarninkhof, S., & Mcgrath, J. (2001). The application of video imaging to quantify beach response to sand nourishment and construction of an artificial reef. 15th Australasian Coastal and Ocean Engineering Conference, IEA, Gold Coast , 55-60.

Tzafestas, C. S., Palaiologou, N., & Alifragis, M. (2006). Virtual and remote robotic laboratory: comparative experimental evaluation. *IEEE Transactions on Education*, 49 (3), 360-369.

Willmott, C. (1981). On The Validation Of Model. *Physical Geography* , 184-194.

Willmott, C. (1982). Some Comments on the Evaluation of Model Perfomance. *American Meteorologocal Society* , 1309-1313.